

Podplukovník Ing. Miroslav Janošek, CSc.

VÝPOČET ÚČINNOSTI NIČENÍ VZDUŠNÉHO CÍLE KANÓNOVOU STŘELBOU

Pro úspěšnou střelbu leteckým kanónem je jedním i nejdůležitějších ukazatelů její účinnost. I když vlastní střelba je individuálním aktem pilotů, vrcholí v ní systematická spolupráce velkého počtu příslušníků letectva. Neúčinnou střelbou by osádka anulovala úsilí kolektivů, které bojovou činnost řídí a zabezpečují.

Stíhací, stíhací bombardovací a bitevní letouny jsou vyzbrojeny nehybnými leteckými kanóny, tzn. že tyto zbraně nemohou během letu měnit svůj směr vzhledem k podélné ose letounu a osádka musí mířit celým letounem. Z těchto důvodů je směr střelby dán směrem letu střelícího letounu, neboli podmínky střelby a pohyb letounu jsou na sobě plně závislé. Zkoumání podmínek střelby letounu s nehybnými zbraněmi nezbytně vyžaduje zabývat se především možnostmi jeho manévru, z nichž je teprve možné vyvodit možnosti jeho střelby.

Jedním z nejdůležitějších manévru stíhacího letounu je tzv. let po křivce zteče, což umožňuje stíhacímu letounu přiblížení se k cíli, zamíření a hlavně palbu kanónovými dávkami.

Komplexní analýza možnosti přepadu vzdušného cíle stíhacím letounem vyžaduje zhodnotit kromě aspektu taktických a aerodynamických i časové možnosti, které má osádka letounu při přepadu vzdušného cíle k dispozici. Nabízí se k tomu modelování pohybu tohoto letounu v jednotlivých etapách přepadu vzdušného cíle za pomoci výpočetní techniky.

Vhodným modelem pro modelování dráhy pohybu stíhacího letounu je tzv. grafoanalytický model uskutečňovaný na vybraném typu počítače. V tomto modelu je křivočará dráha stíhacího letounu ve všech etapách jeho přepadu nahrazena lomenou čarou, složenou z krátkých úsečků. Polární souřadnice počátečních a koncových bodů těchto úsečků lze vypočítat pomocí jednoduchých analytických vztahů. Základním předpokladem ovšem je, že časový interval Δt , ve kterém je sledována změna polohy stíhacího letounu, je dostatečně krátký, tj. $\Delta t = 0,2$ sekundy.

Na základě poznatků, vyplývajících z praktických a teoretických závěrů v oblasti kanónové střelby, jsem přijal pro grafoanalytický model následující zjednodušující předpoklady:

- vzdušný cíl letí konstantní rychlostí a přímočaře v horizontální rovině,
- osádka letounu provádí celý přepad konstantní rychlostí rovněž v horizontální rovině,
- pokud při zjištění cíle nesměruje osa stíhacího letounu na cíl, pak uskutečňuje osádka přechod do zteče letem po kruhovém oblouku,
- při míření a střelbě z leteckého kanónu se stíhací letoun pohybuje po křivce zteče s nulovým úhlem nadběhu,

● Modelování dráhy stíhacího letounu při přechodu do zteče pohybujícího se po kruhovém oblouku:

$$r_p = \frac{V_s^2}{g \sqrt{n_p^2 - 1}}, \quad (1)$$

kde V_s je rychlost stíhacího letounu v m.s^{-1} , g je tíhové zrychlení a n_p je přetížení tohoto letounu.

Za krátký časový interval Δt se poloha stíhače posune o středový úhel:

$$\Delta \Phi = \frac{V_s \Delta t 180}{\pi r_p}, \quad (2)$$

kterému odpovídá tětiva o délce:

$$l = 2 r_p \sin \frac{\Delta \Phi}{2} \quad (3)$$

Tato tětiva určuje polohy stíhacího letounu v jednotlivých intervalech Δt , přičemž odpovídající polohy cíle jsou určeny dráhou $V_c \Delta t$ (viz obr. 1).

Pro obecnou i -tou polohu letounu lze odvodit následující vztahy:

$$\alpha_i = q_0 + (2i - 1) \frac{\Delta \Phi}{2} - \psi_0,$$

$$D_{ix} = D_0 \cos q_0 - 1 \sum_1^i \cos \alpha_i + i V_c \Delta t,$$

$$D_{iy} = D_0 \sin q_0 - 1 \sum_1^i \sin \alpha_i,$$

$$D_i = \sqrt{D_{ix}^2 + D_{iy}^2},$$

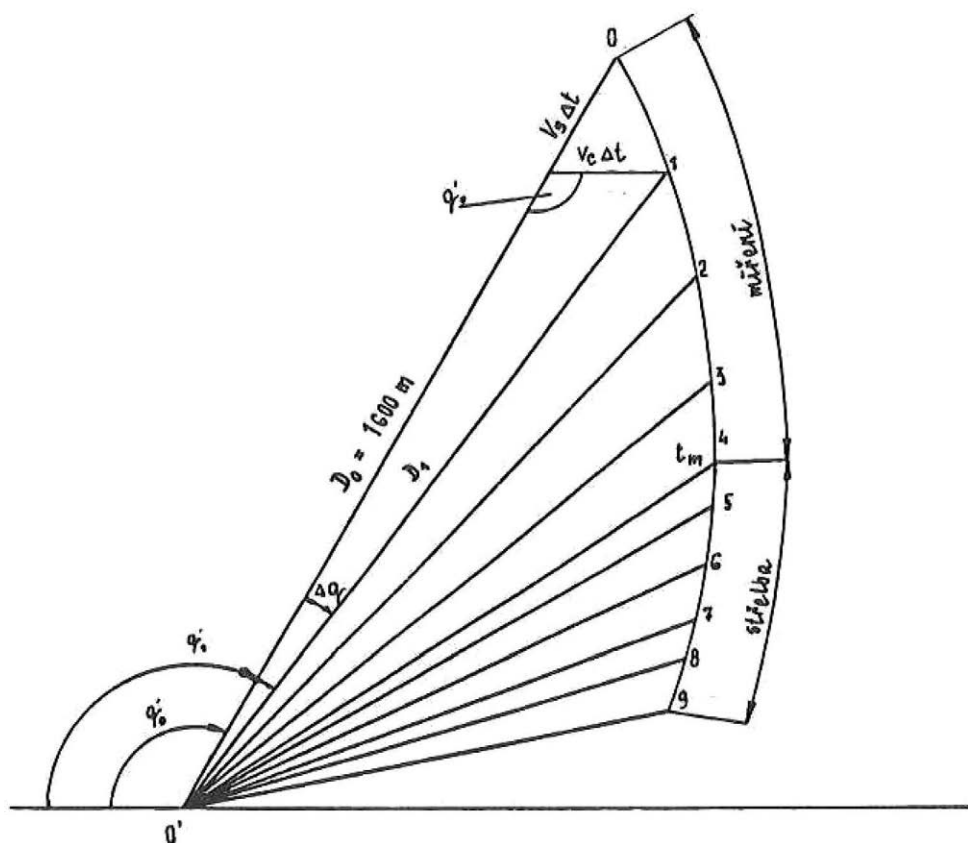
$$q_i = \arctg \frac{D_{iy}}{D_{ix}} \quad (\text{pro } D_{ix} \gg 0),$$

$$q_i = 180 - \arctg \frac{D_{iy}}{|D_{ix}|} \quad (\text{pro } D_{ix} \ll 0),$$

$$q_i = 180 + \arctg \frac{D_{iy}}{|D_{ix}|} \quad (\text{pro } D_{ix} \ll 0; D_{iy} \ll 0),$$

$$\psi_i = q_i - \alpha_i - \frac{\Delta \Phi}{2}.$$

Jakmile $\psi_i = 0$, modelování přechodu do zteče končí. Pokud $\psi_0 = 0$, potom se přechod stíhacího letounu po kruhovém oblouku nerealizuje.



Obr. 2

● Modelování pohybu stíhacího letounu při míření a palbě, pohybujícího se po křivce zteče. Konstrukce křivky zteče v relativním souřadnicovém systému je zakreslena na obr. 2.

Z obr. 2 lze odvodit následující vztahy:

$$D_1 = \sqrt{(D_0 - V_s \Delta t)^2 + (V_c \Delta t)^2 - 2(D_0 - V_s \Delta t) V_c \Delta t \cos(180 - q_0)},$$

$$\Delta q = \arcsin \frac{V_c \Delta t \sin(180 - q_0)}{D_1},$$

$$q_1 = q_0 - \Delta q,$$

$$t_1 = \Delta t.$$

Dle výše uvedených vztahů je možné vypočíst D_2 , q_2 , jestliže položíme $D_0 = D_1$ a $q_0 = q_1$.
Dále platí:

$$t_2 = t_1 + \Delta t.$$

Následuje výpočet D_3 , q_3 , t_3 atd.

Přetížení stíhacího letounu v i -tém bodě křivky zteče:

$$n_i = \sqrt{1 + \left(\frac{V_s V_c}{g D_i} \sin q_i \right)^2}.$$

V případě, že v průběhu míření $D_i \leq D_v$ nebo $n_i \gg n_{\max}$, zahajuje stíhací letoun vyjití ze zteče. Nedojde-li k tomuto omezení, potom etapa míření končí, je-li $t_i = t_m$. Od tohoto okamžiku zahajuje osádka letounu etapu palby, přičemž výpočet prvků dráhy letounu probíhá podle stejných vztahů jako v etapě míření. Navíc se v každém bodě křivky vyhodnocuje potřebná velikost úhlu nadběhu pro střelbu z leteckého kanónu dle vzorce:

$$\psi_i = \arcsin \left(\frac{V_c}{V_0 + V_s - 0,13 C \Delta 1,25 D_i} \sin q_i \right).$$

Model předpokládá použití leteckého kanónu GŠ-23L, jehož počáteční rychlost střely $V_0 = 715 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a balistický koeficient střely $C = 1,9$. Koeficientem Δ je zadávána výška roviny přepadu.

Po uplynutí každé sekundy etapy palby se vypočte pravděpodobnost zničení vzdušného cíle jednosekundovou dávkou pro střední vzdálenost D a střední kurzový úhel q uvažované dávky.

Použitá metodika výpočtu účinnosti střelby předpokládá, že skutečný vzdušný cíl je nahrazen kvádrem s redukovánými rozměry d , δ , v . Plocha průmětu cíle do roviny rozptylu kolmé na směr střelby je obdélník s rozměry a , v , kde:

$$a = d \sin q + \delta \cos q.$$

Pravděpodobná úchylka rozptylu střelby je dle [2] počítána ze vzorce

$$E = V K D (1 + 0,025 V_c \sin q),$$

kde V - koeficient vycvičenosti pilota a K - koeficient rozptylu zbraně.

Pravděpodobnost zásahu vzdušného cíle při jednom výstřelu je dána vztahem:

$$P = \Phi \left(\frac{a}{2E} \right) \Phi \left(\frac{v}{2E} \right),$$

kde hodnoty Laplaceovy funkce Φ jsou v modelu počítány numericky s využitím Simpsonova pravidla.

Dle literatury [1] lze psát:

$$\Phi(T) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^T \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx.$$

Také:

$$\Phi(T) = \frac{T}{30} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 4y_{29} + y_{30}),$$

kde $y_i = e^{\left(-\frac{x_i^2}{2}\right)},$

přičemž $x_i = 0$ až T

($i = 0, 1, \dots, 30$).

$$T = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{E}{\rho\sqrt{2}}} \quad \text{nebo} \quad T = \frac{\frac{v}{2}}{\frac{E}{\rho\sqrt{2}}}.$$

Pravděpodobnost zničení n_s střelami dávky má dle [1] hodnotu:

$$W = 1 - P - e^{\left(-\frac{n_s P}{\omega}\right)} \cdot \sqrt{1 - \mu^2} + P,$$

kde ω je střední počet zásahů na zničení vzdušného cíle, μ je míra závislosti výstřelů a n_s je počet střel v dávce.

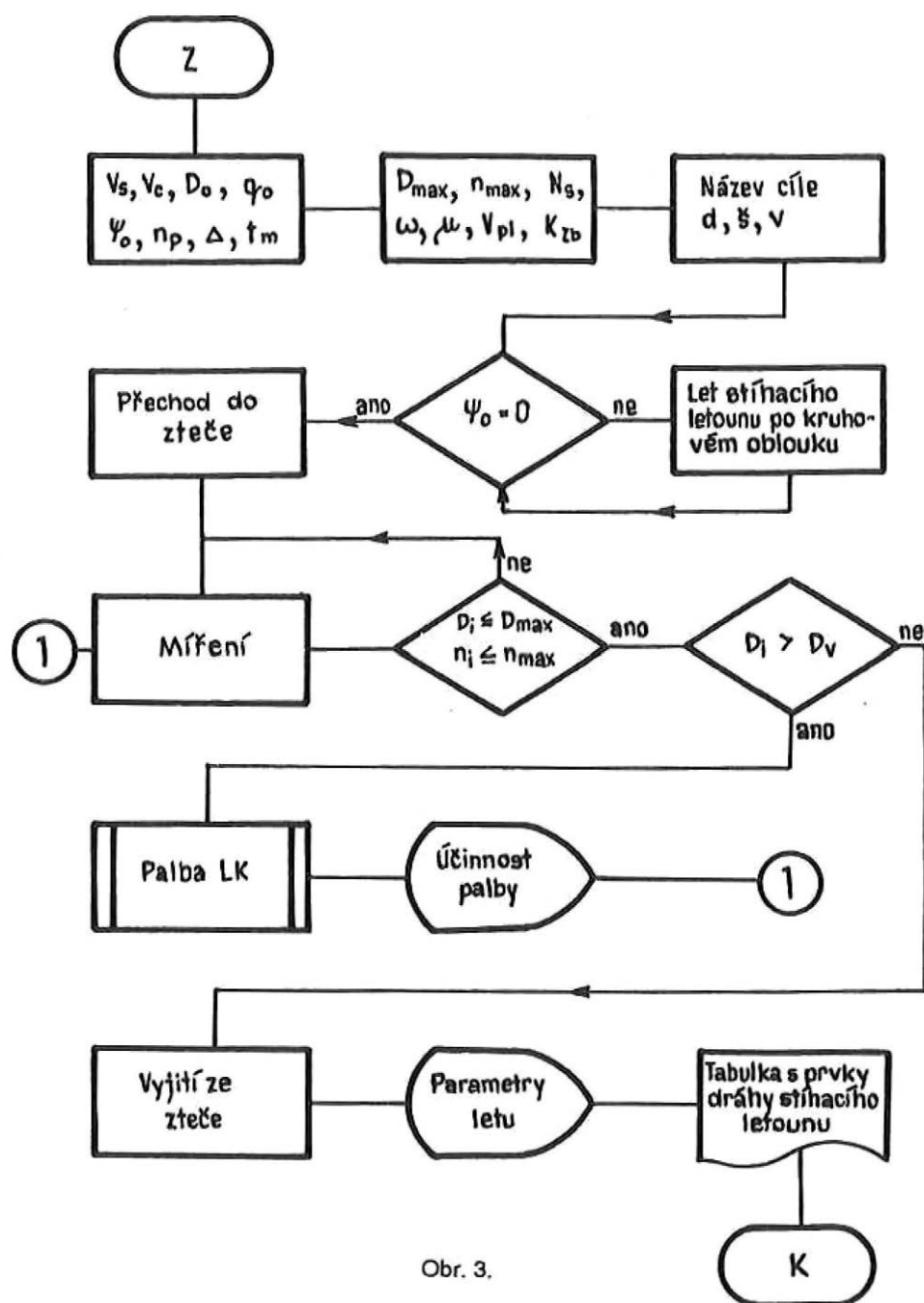
Celkový počet realizovatelných dávek je velmi omezen, pilot proto musí používat dávky z nejmenších možných vzdáleností, které jsou nejúčinnější. Proto jsem do modelu zařadil i výpočet optimálního rozložení dávek, zaručujících nejvyšší pravděpodobnost zničení cíle. S ohledem na palebný průměr GŠ-23L je maximální počet realizovatelných dávek čtyři, které mohou být vystřelené při minimálních vzdálenostech takto:

- má-li pilot na palbu k dispozici 5 nebo více sekund, dosáhne nejvyšší účinnosti dvěma sekundovými dávkami, přerušeny jednou sekundovou pauzou na upřesnění zamíření,
- má-li osádka na palbu 4 sekundy, dosáhne nejvyšší účinnosti jednou jednosekundovou dávkou a jednou dvousekundovou, přičemž tyto dávky jsou přerušeny jednou sekundovou pauzou,
- má-li osádka na palbu 3 nebo 2 sekundy, dosáhne nejvyšší účinnosti jednou dvousekundovou dávkou.

Toto rozložení dávek je teoreticky optimální a jeho algoritmus je součástí výpočtového programu v etapě palby. Etapa palby končí při dosažení vzdálenosti vyjití ze zteče anebo při překročení přetížení $n_{\max}$, jak je znázorněno ve vývojovém diagramu na obr. 3.

● Modelování pohybu stíhacího letounu při vyjití ze zteče

Praktický smysl má modelování pohybu stíhacího letounu jen do okamžiku, kdy těžiště cíle a letounu při jeho letu po kruhovém oblouku se přiblíží na minimální vzdálenost. Přitom cílem této etapy modelování je prověřit, zda těžiště obou letounů se nepřiblíží nepřipustně blízko. Je to nutné proto, že určení vzdálenosti vyjití ze zteče dále popsaným postupem je přibližné a že skutečné zahájení manévru vyjití bude v některých případech poněkud opožděné v důsledku dokončování poslední dávky střelby (ty však trvají jednu sekundu). K modelování pohybu stíhacího letounu při vyjití lze použít vztahy pro přechod tohoto letounu do zteče s tím, že $\psi_0 = 0$. Tyto vztahy jsou uvedeny v předchozí části.



Obr. 3.

Budeme-li za pomoci těchto vztahů opakovaně propočítávat tři po sobě jdoucí vzdálenosti D_{i-2} , D_{i-1} , D_i a zjistíme, že platí:

$$D_{i-2} \gg D_{i-1} \gg D_i$$

potom

$$D_{i-1} = D_{\min}$$

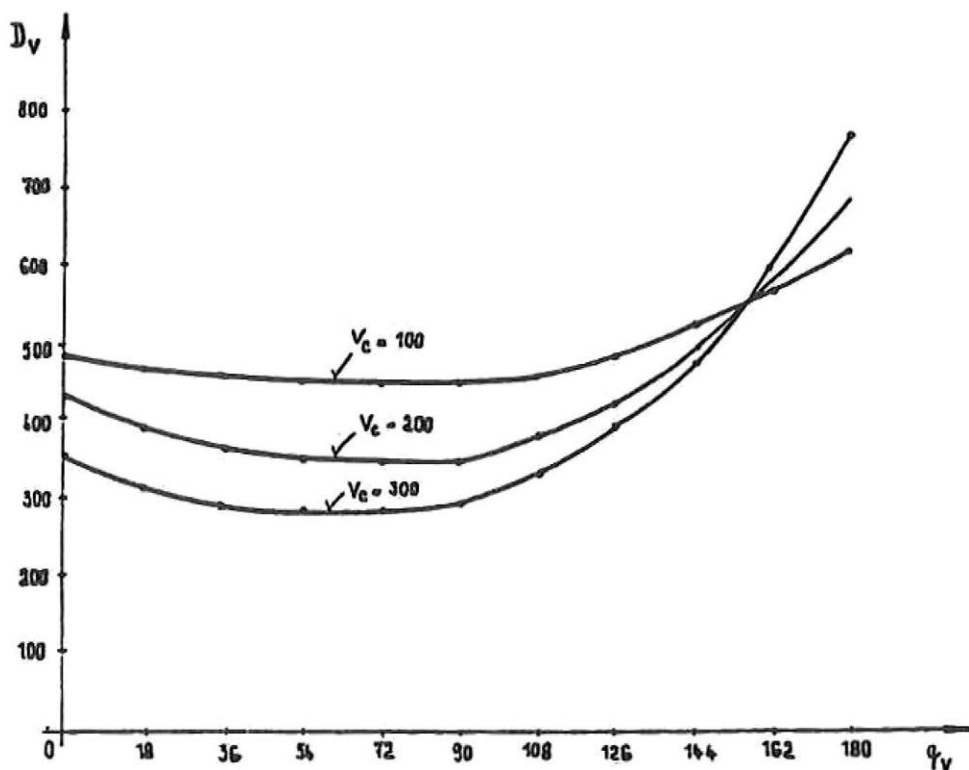
a modelování vyjití stíhacího letounu ze zteče končí.

Problémem zůstává určení $D_0 = D_v$, tj. vzdálenosti, ve které musí osádka manévr zteče vyjití zahájit. Požadujeme, aby tato vzdálenost byla s ohledem na účinnost střelby minimální, avšak zaručovala, že těžiště obou letounů se v průběhu manévru přiblíží co nejvíce na předem zvolenou vzdálenost l .

Vzdálenost vyjití ze zteče D_v nelze analyticky vypočítat (v literatuře uváděné vztahy jsou velmi nepřesné), v sestavovaném modelu přepadu stíhacího letounu ji však nutně potřebujeme. Lze ji zjistit postupným přibližováním takto:

Dříve popsaným modelováním pohybu stíhacího letounu při vyjití ze zteče se pro odhadnutou vzdálenost D_0 zjistí vzdálenost $D_{\min}$. Jestliže platí, že:

$$0,95 l < D_{\min} < 1,05 l,$$



Obr. 4

potom hledaná vzdálenost vyjití ze zteče D_v je rovna vzdálenosti D_0 . Není-li tato podmínka splněna, potom:

- při $D_{\min} \ll 0,95 l$ zvětšíme původní vzdálenost o 5 m a celý výpočet opakujeme pro $D_0 = D_0 + 5$,
- při $D_{\min} \gg 1,05 l$ zmenšíme původní vzdálenost o 5 m a celý výpočet opakujeme pro $D_0 = D_0 - 5$ m.

Popsaným způsobem lze měřit vzdálenost D_v přibližně s přesností závislou na Δt a s tolerancí $\pm 5 \%$ hodnoty l . S ohledem na nepřesné určování D_v v praxi je uvedená nepřesnost vyhovující.

Popsaný algoritmus byl realizován na mikropočítači HP-85 se vstupními údaji $V_s = 700 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $n_v = 4$ a $l = 150 \text{ m}$. Výsledky výpočtu byly sestaveny do **tabulky 1**.

Tabulka 1

$q_v \backslash V_c$	100	200	300
0	480	430	360
18	475	385	315
36	455	360	290
54	450	355	285
72	450	355	300
90	450	355	300
108	460	390	340
126	490	435	355
144	530	505	480
162	580	595	605
180	625	700	770

Na jejím základě lze získat grafy $D_v(q_v)$, definované 11 body, které jsou zobrazeny na **obr. 4**.

Použitím Newtonovy interpolační funkce můžeme těmito body proložit plynulou křivku s rovnici:

$$D_v(q_v) = K(0) + K(1) q_v + K(2) q_v^2 + \dots + K(10) q_v^{10}, \quad (4)$$

kde $K(0) = D_v(0)$ je vzdálenost vyjití ze zteče při $q_v = 0$ a $K(1)$ až $K(10)$ jsou prosté difference získané z **tabulky 1** podle pravidel sestavování Newtonovy interpolační funkce.

Pomocí vztahu (4) lze vypočítat D_v pro libovolný kursový úhel cíle.

Zařadíme-li rovnici (4) s hodnotami $K(0)$ až $K(10)$ do modelu přepadu vzdušného cíle stíhacím letounem jako podprogram, potom počítač sám vypočítá vzdálenost, ve které letoun musí přejít z křivky zteče do manévru vyjití. Hodnoty výše uvedených prostých diferencí byly napočítány pomocí speciálního podprogramu. Výsledná možná oblast vyjití ze zteče je zakreslena na **obr. 5**.

Tabulka 2

a)
ZTEČ STÍHAČE NA VC * 18.2.3* $V_s = 950$ $V_c = 800$
(km/h) $V_{cl} = 1$ $K_{cb} = .004$ $N_s = 50$ $\Omega = 3$, $\mu = .7$

Čas	Čin	D	Q	Psi	n	W
0.0	PRE	1400	50	10	4.0	-
.6	PRE	1331	46	2	4.0	-
0.0	MIR	1331	46	-	4.0	-
1.0	MIR	1230	40	-	3.3	-
2.0	MIR	1145	33	-	3.1	-
3.0	MIR	1073	27	-	2.8	-
4.0	MIR	1012	22	-	2.5	-
1	PALK	984	20	6	2.3	.15
2	PALK	932	16	5	2.0	.18
3	PALK	884	12	3	1.7	.22
4	PALK	838	9	3	1.5	.26
5	PALK	794	7	2	1.4	.30
6	PALK	751	5	1	1.2	.34
7	PALK	709	4	1	1.1	.39
8	PALK	667	3	1	1.1	.43
9	PALK	625	2	1	1.1	.48
10	PALK	583	1	0	1.0	.52
11	PALK	541	1	0	1.0	.57
12	PALK	500	1	0	1.0	.61
13	PALK	458	0	0	1.0	.65
14	PALK	416	0	0	1.0	.69
15	PALK	375	0	0	1.0	.72
16	PALK	333	0	0	1.0	.76
17	PALK	291	0	0	1.0	.81
18	PALK	250	0	0	1.0	.81
0.0	VYJ	229	-	-	4	-
2.0	VYJ	170	-	-	4	-

b)
ZTEČ STÍHAČE NA VC * 18.2.3* $V_s = 950$ $V_c = 800$
(km/h) $V_{cl} = 1$ $K_{cb} = .004$ $N_s = 50$ $\Omega = 3$ $\mu = .7$

Čas	Čin	D	Q	Psi	n	W
0.0	PRE	1700	60	10	4.0	-
.6	PRE	1613	57	2	4.0	-
0.0	MIR	1613	57	-	4.0	-
1.0	MIR	1481	50	-	3.2	-
2.0	MIR	1370	43	-	3.2	-
3.0	MIR	1276	37	-	3.0	-
4.0	MIR	1196	31	-	2.8	-
1	PALK	1162	29	9	2.6	.09
2	PALK	1098	23	7	2.4	.11
3	PALK	1041	19	6	2.1	.13
4	PALK	990	15	4	1.9	.16
5	PALK	942	12	4	1.7	.20
6	PALK	896	9	3	1.5	.23
7	PALK	852	7	2	1.3	.27
8	PALK	809	6	2	1.2	.31
9	PALK	766	4	1	1.1	.35
10	PALK	724	3	1	1.1	.39
11	PALK	682	2	1	1.1	.43
12	PALK	641	2	0	1.0	.47
13	PALK	599	1	0	1.0	.51
14	PALK	557	1	0	1.0	.55
15	PALK	516	0	0	1.0	.59
16	PALK	474	0	0	1.0	.64
17	PALK	432	0	0	1.0	.68
18	PALK	390	0	0	1.0	.71
19	PALK	349	0	0	1.0	.74
20	PALK	307	0	0	1.0	.77
21	PALK	265	0	0	1.0	.80
22	PALK	224	0	0	1.0	.83
0.0	VYJ	203	-	-	4	-
1.8	VYJ	147	-	-	4	-

c)
ZTEČ STÍHAČE NA VC * 18.2.3* $V_s = 950$ $V_c = 300$
(km/h) $V_{cl} = 1$ $K_{cb} = .004$ $N_s = 50$ $\Omega = 3$ $\mu = .7$

Čas	Čin	D	Q	Psi	n	W
0.0	PRE	1400	70	10	4.0	-
.6	PRE	1293	65	-	4.0	-
0.0	MIR	1293	65	-	4.0	-
1.0	MIR	1138	56	-	4.5	-
0.0	VYJ	1138	56	-	4	-
2.0	VYJ	973	-	-	4	-

Po zahájení manévru vyjítí se osádka přiblíží k cíli ještě na vzdálenost 170 a od tohoto okamžiku se již od cíle vzdaluje. Tím je splněn i požadavek minimální vzdálenosti sblížení $D_1 > 150$ m.

Ve druhém případě zahajuje osádka přechod do zteče s kursovým úhlem $q_0 = 60^\circ$. Po dodržení požadavku letu po křivce zteče a možnosti zahájení palby na maximální vzdálenost, zahajuje přechod do zteče ve vzdálenosti 1700 m. Po 4 sekundách míření zahajuje palbu ve vzdálenosti 1162 m s účinností $W_{znič} = 0,09$. Tato pravděpodobnost je příliš malá pro ničení cíle, ale postupně se zvětšuje se zmenšováním vzdálenosti mezi oběma letouny. V tomto případě má osádka pro uskutečnění požadovaného počtu dávek celkem 22 sekundy. Poté musí zahájit manévr vyjítí ze zteče, které provádí zpravidla s maximálně povoleným přetížením $n_v = 4$ a po dvou sekundách se dostává do nejmenší vzdálenosti od cíle (147 m), jak je vidět z tabulky 2. Při větších rakurách od cíle se stíhací letoun dostává na křivku zteče jen na poměrně krátkou dobu a nemůže provést účinnou střelbu z leteckého kanónu, jak ukazuje třetí případ výstupu z počítače.



Z uskutečněných výpočtů je zřejmé, že kanónová střelba je uskutečnitelná pouze při menších rakurách cíle. Požadavek vysoké účinnosti kanónové střelby nutí piloty ke snaze používat minimální vzdálenosti střelby. Z hlediska bezpečného využití stíhacího letounu ze zteče musí proto minimální hranici tzv. oblasti možných ztečí tvořit vzdálenost vyjítí ze zteče, která zajišťuje možnost používání nejúčinnějších vzdáleností střelby a zároveň bezpečnost manévru vyjítí letounu ze zteče.

Malé rakursy a malé vzdálenosti střelby jsou typickým znakem kanónové střelby osádky stíhacího letounu, což ovlivní výpočet oblasti možných ztečí i z hlediska dalších omezujících faktorů kanónové střelby. Výsledný tvar oblasti možných ztečí stíhacího letounu s kanónovou výzbrojí v horní rovině je uveden na obr. 5. Při zteči ve vertikální rovině bylo nutné místo kružnic konstantního přetížení o poloměru r_n sestavit křivky konstantního přetížení. Ostatní vymezující čáry OMZ by byly stejné jako v horizontální rovině.

Literatura:

- Mazoch, J.: Bojová účinnost letectva. Učebnice. FMNO Praha 1985.
- Mazoch, J.: Letecká střelba, Skripta VA, Brno 1977.
- Janošek, J.: Matematický model přepadu letounu E-3C stíhacími letouny MiG-23. Sborník VA Brno, řada A, č. 2/1988.