

K MATEMATICKÉMU MODELOVÁNÍ ZTRÁT

Současné změny ve vojenství způsobují, že podstatnou částí podkladů pro rozhodnutí velitele se stává kvantitativní i kvalitativní předpověď činnosti jak vlastních vojsk, tak i vojsk nepřítele. V mírových podmínkách však nemáme možnost zkoumat průběh operace soudobé války jinak než v modelech. Týká se to především matematických modelů operací a bojových činností.

V našem případě chceme uvést matematický model ztrát živé síly a bojové techniky při vedení bojové činnosti klasickými prostředky.

V praktické činnosti štábů ČSLA při předvídání ztrát způsobených klasickými prostředky a stanovení jejich množství na všech stupních velení se vycházelo ze zkušeností minulých válek, zejména z 2. světové války.

Používaný způsob odhadu ztrát nepostihoval vždy a v potřebné míře:

- skutečnou dynamiku boje,
- druh bojové činnosti,
- poměry sil na jednotlivých směrech (vůbec se nevažoval kvalitativní poměr),
- nasycenost bojových prostředků u jednotlivých útvarů a svazků,
- vliv terénu na výši ztrát (kupř. boj v horách, násilný přechod velkých vodních toků apod.),
- roční období,
- stupeň vybudování obrany,
- aktivitu a intenzitu činnosti prostředků ničení na jednotlivé cíle v operační hloubce.

Značný vliv na objektivizaci odhadu ztrát při vedení bojové činnosti bez použití prostředků jaderného napadení mělo vydání materiálu „Metodika práce a povinnosti ředitelství cvičení, rozhodčí služby při rozehře situací, ztrát a způ-

sob hodnocení bojeschopnosti...“ v roce 1980 normotvornou složkou ČSLA GŠ/OS a GŠ/ZS. V materiálu jsou mimo jiné i oficiálně stanovené normy ztrát osob a bojové techniky v jednotlivých druzích bojové činnosti v operaci vedené klasickými prostředky. Tyto normy jsou pochopitelně závazné pro celou ČSLA a je třeba z nich vycházet při jakémkoliv řešení výpočtu ztrát. Avšak pouhým vybíráním jednotlivých norem z tabulek tohoto materiálu může dojít k určitému (někdy i podstatnému) zjednodušení, které může značně ovlivnit objektivnost stanovených ztrát, neboť jejich výši do značné míry ovlivňuje řada proměnlivých faktorů. Reálnou předpověď ztrát můžeme řešit matematickou metodou, v níž budeme brát tyto proměnlivé faktory v úvahu.

Faktory, které ovlivňují výši ztrát můžeme rozdělit na objektivní a subjektivní.

Objektivní faktory můžeme reálně kvantifikovat a jejich hodnotu číselně vyjádřit.

Jedním z rozhodujících objektivních faktorů pro výši ztrát je druh bojové činnosti daného svazku (útvary).

Polní řád ČSLA uvádí tyto hlavní druhy bojové činnosti – útok, obranu, střetný boj, přesuny vojsk a rozmístění vojsk mimo boj.

K rozhodujícím faktorům patří rovněž vzájemný poměr sil a prostředků bojujících stran. Tento poměr bude mít jednoznačný vliv na výši ztrát u obou zúčastněných stran. Má-li být však objektivně vyjádřen podíl poměru sil na ztrátách, je nezbytné, aby vyjadřoval i kvalitativní stránku sil a prostředků. Jde o výpočet kvalitativního poměru sil.

Spolu s předcházejícími faktory je čas základní veličinou, která je určující pro výši ztrát.

Podle platných předpisů se bojová činnost vede nepřetržitě. To znamená, že celých 24 hodin budou probíhat boje. Avšak z analýzy historických zkušeností Velké vlastenecké války i některých poznatků z lokálních válek posledních 30 let vyplývá, že intenzivní bojová činnost bude probíhat zhruba 14–18 hodin denně, což je ovlivněno viditelností, možnostmi lidí i techniky. Proto v našem řešení počítáme v průměru s 16hodinovou intenzivní bojovou činností denně. Vezmeme-li příklad, že denní ztráty tanků v určitém druhu bojové činnosti budou 8 %, pak ztráty za hodinu jsou dány hodnotou 8/16, tj. 0,5 %. Přitom základní normu ztrát pro určitou činnost a druh bojové techniky je třeba volit podle oficiálních norem vydaných GŠ ČSLA.

Ze zkušeností však víme, že během jednoho dne může vést svazek (útvár) i více druhů bojové činnosti v různých časových intervalech. To vyjadřujeme v přímých vstupních údajích pro výpočet.

Vliv na výši ztrát má i roční období. Je to zejména rozdílné počasí v jednotlivých ročních obdobích a z toho plynoucí rozdílná schůdnost terénu.

V zimním období vlivem mrazu, náledí a sněhové pokrývky budou narůstat boje i bojové ztráty.

Z hlediska jednoduchosti a omezení rozsahu vstupních informací považujeme za vhodné brát v úvahu pouze dvě roční období a to zimní období a ostatní roční období vést jako normální. To však neznamená, že při zadávání ročního období by se mělo brát pouze kalendářní období, ale autor vstupních údajů musí přihlížet ke konkrétní povětrnostní situaci.

Rovněž u terénu (který má vliv na velikost ztrát) považujeme za vhodné přistoupit k určitému zjednodušení. Budeme rozlišovat výši ztrát při vedení bojové činnosti pouze v horském, bažinatém a ostatním terénu. Do pojmu ostatní terén je zahrnut terén, který na středoevropském válečném převládá, tj. terén mírně zvlněný, částečně zalesněný a terén rovinatý.

V některých teoretických pracích pro výpočet ztrát je brán v úvahu i výsledek bojové činnosti. Jelikož tento problém není dostatečně teoreticky rozpracován a nemůžeme jednoznačně a objektivně kvantitativně vyjádřit vliv tohoto faktoru na výši ztrát pro jednotlivé případy, proto tento faktor v naší práci neuvažujeme.

V navrhovaném řešení bereme v úvahu pouze ty faktory, které můžeme objektivně posoudit a které nebudou negativně ovlivňovat realnost matematického řešení.

Řešení výpočtového procesu pravděpodobných ztrát je založeno (kromě jiného) na normativních ztrátách pro vybrané druhy bojové činnosti za určitých podmínek, přičemž procento ztrát v jednotlivých druzích bojové techniky je rozdílné. Tyto vypočítané ztráty budou upravovány v závislosti na skutečných podmínkách

operace (např. boj v horách, zimní podmínky, násilný přechod vodního toku apod.) kromě jiného i příslušnými koeficienty odpovídajícími daným podmínkám. Normativní ztráty i koeficienty vycházejí z platných a závazných dokumentů GŠ ČSLA, mohou se však měnit na základě novelizace norem v ČSLA.

Ztráty prostředků jaderného napadení rozmístěných v operační hloubce a svazků a útvarů v prostorech rozmístění a na přesunu (kromě nebojových ztrát) můžeme počítat v závislosti na skutečné činnosti prostředků ničení, které mohou působit do hloubky sestavy, tzn. na činnosti letectva.

Subjektivní faktory můžeme jen velmi obtížně kvantifikovat a jejich hodnota často závisí na subjektivních názorech uživatele (autora vstupních dat). Mezi hlavní subjektivní faktory patří morální stav bojujících jednotek, vojenské umění velitelského sboru a jeho organizátorské schopnosti, vycvičenost a zkušenost vojsk a aktivity při vedení bojové činnosti. Tyto faktory budou sice mít vliv na výši ztrát i výsledek střetnutí, avšak jejich zavedení do matematického aparátu by negativně ovlivnilo realnost, respektive objektivnost matematického řešení.

Matematické řešení

K předpovědi ztrát živé síly a techniky v průběhu boje a operace stanovíme takový matematický model, který jednoduchou (ale účinnou) formou vyhovuje soudobým podmínkám.

Základní problém můžeme rozdělit na tyto dílčí otázky:

- stanovit základní kvalitativní poměr sil, při kterém platí základní procento denních ztrát,
- stanovit základní procento denních ztrát při vedení určitého druhu bojové činnosti,
- vyjádřit analyticky závislost denních ztrát pro určitý druh bojové činnosti na hodnotě kvalitativního poměru sil.

Přesně vyřešit tyto dílčí otázky nemůžeme vzhledem k současnému stavu našeho poznání. Můžeme však najít takový model řešení, který při jistém zjednodušení objektivní reality dává dostatečně uspokojivé odpovědi.

Na základě rozborů různých statistických materiálů, studia literatury a z úvah o možnostech soudobého boje a operace vyšel závěr, že **základní kvalitativní poměr sil** při útoku na bránícího se nepřítele je 2:1. Pro střetnutí boj platí základní kvalitativní poměr sil 1:1.

Základní procenta denních ztrát stanovila normativní složka ČSLA, tj. GŠ. Tyto normy denních ztrát platí pro základní kvalitativní poměr sil.

Pro názornost uvádíme některé základní normy denních ztrát pro útok, obranu a střetnutí boj – viz **tabulku**.

Tabulka

Ztráty v	Útok	Obrana	Střetný boj
tancích	9	5	15
BVP a OT	8	4	9
dělostřelectvu	7	6	6
PT prostředcích	8	7	9
osobách	7	4,5	6

Při vypracování matematického modelu pro útočný a obranný boj vycházíme z těchto podmínek:

V útočném boji při pronásledování protivníka po prolomení jeho obranného postavení průměrné denní ztráty útočících vojsk se zmenšují a ustupujících vojsk rostou.

Tuto zákonitost ztrát v čase obecně vyjádříme diferenciální rovnicí, která formuluje zákon vzrůstu. Zákon vzrůstu je dán tzv. křivkou vývoje.

V případě útoku a obrany křivkou vývoje ztrát obou bojujících stran je exponenciála, při střetném boji hyperbola a parabola. Tyto křivky zcela vyhovují statistickým údajům, zkušenostem, názorům a pohledům na průběh soudobého boje a operace a vývoj ztrát obou stran.

V naší práci byly křivky vývoje jmenovaných typů proloženy empiricky určenými body metodou nejmenších čtverců. K výpočtu neznámých parametrů byly stanoveny potřebné podmínky.

V závislosti na stanovení základního kvalitativního poměru sil a základního procenta denních ztrát bylo třeba stanovit další podmínky vývoje ztrát v závislosti na hodnotě poměru sil.

Ze zkoumání dostupných statistických dat z odborné literatury, sovětského projektu a konzultací vyplynulo, že při kvalitativním poměru sil $C = 5:1$ denní ztráty útočících vojsk klesají a bránících vojsk stoupají přibližně podílem $1:8$. Potom tedy ztráty útočníka klesají $\sqrt[8]{8}$ krát, tj. nabývají hodnoty $8 - \frac{1}{2}$ z výchozí základní

hodnoty a naopak ztráty obránce rostou $\sqrt[8]{8}$ krát, tj. nabývají hodnoty $\sqrt[8]{8}$ z výchozí základní hodnoty.

Úkolem bylo metodou nejmenších čtverců proložit dané body experimentální křivkou

$$Z = a \cdot e^{bc},$$

kde Z představuje ztráty, c – poměr sil, a , b – neznámé parametry.

Odhady neznámých parametrů a , b určíme z podmínky

$$S = \sum_{i=1}^n (Z_i - a \cdot e^{bc_i})^2 = \min$$

a vypočítáme ze soustavy normálních rovnic, které obdržíme po diferencování určené podmínky podle obou parametrů. Po dosažení prokládaných bodů obdržíme výpočtem tyto vztahy:

$$Z'_{i\dot{u}} = 1,998 \cdot e^{-0,346 c_i},$$

$$Z'_{i\dot{o}} = 0,501 \cdot e^{0,346 c_i}.$$

Proměnné $Z'_{i\dot{u}}$, $Z'_{i\dot{o}}$ vyjadřují proporcionalitu ztrát útočníka a obránce v závislosti na kvalitativním poměru sil.

K výpočtu ztrát v čase, udávaného v procentech pro určitý časový úsek bojové činnosti je třeba vztahy upravit na

$$Z'_{i\dot{u}} = \frac{N_{i\dot{u}}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot 1,998 \cdot e^{-0,346 c_i},$$

$$Z'_{i\dot{o}} = \frac{N_{i\dot{o}}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot 0,501 \cdot e^{0,346 c_i},$$

kde $Z'_{i\dot{u}}$, $Z'_{i\dot{o}}$ – ztráty útočících a bránících se vojsk v čase t vyjádřené v %,

$N_{i\dot{u}}$, $N_{i\dot{o}}$ – normativní (základní) procento denních ztrát příslušné bojové činnosti v útoku a obraně,

t – doba trvání boje,

c_i – kvalitativní poměr sil.

Z modelovaného, mnohonásobně opakovaného zkoumání vývoje poměru sil v čase vzhledem k ztrátám v čase vyplynulo, že **můžeme v průběhu boje pokládat denní ztráty za konstantní (jsou prakticky v průběhu boje neměnné)**. V experimentech a matematickém modelu boje, simulovaném v trvání 5 dní, došlo ve srovnávaných poměrech sil jen k nepatrným změnám. V modelu byly počítány denní ztráty jednak s konstantním procentem denních ztrát, jednak s měnícím se procentem podle vývoje poměru sil po každém dnu boje. V těchto případech vývoje denních ztrát na konci pětideného simulačního cyklu boje se lišily vzájemně jen o 1,2 %.

Pro střetný boj platí základní kvalitativní poměr sil $1:1$. Při stanovení podmínek pro vývoj střetného boje v čase vzhledem k poměru sil obou bojujících stran byly vzaty v úvahu základní denní ztráty v tancích a odvozeny tyto předpoklady:

- při základním poměru sil 1:1 činí základní denní ztráty 14 %;
- pro poměr sil 2:1 byly analýzou dostupného materiálu stanoveny denní ztráty ve výši 11 % pro silnější stranu,
- při poměru sil 3:1 má slabší strana pětkrát větší ztráty.

Úkolem bylo proložit dané předpokládané body hyperbolou a parabolou

$$Z = a \cdot c^b.$$

Výpočtem obdržíme tyto vztahy:

- pro silnější stranu ve střetném boji je závislost mezi kvalitativním poměrem sil a bojovými ztrátami vyjádřena hyperbolou

$$Z_{i1} = c_i^{-0,347}$$

- pro další stranu je závislost vyjádřena parabolou

$$Z_{i2} = c_i^{1,122}.$$

Obdobně jako při předcházejících výpočtech obdržíme pro střetný boj ztráty v čase takto:

$$Z'_{i1} = \frac{N_s}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot c_i^{-0,347},$$

$$Z'_{i2} = \frac{N_s}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot c_i^{1,122},$$

kde Z'_{i1} - ztráty silnější strany ve střetném boji v čase t vyjádřené v procentech,

N_s - normativní (základní) procento denních ztrát ve střetném boji,

Z'_{i2} - ztráty slabší strany ve střetném boji v čase t vyjádřené v procentech.

Výpočet absolutních ztrát v čase

Dosud ztráty živé síly a bojové techniky v čase byly vyjadřovány v procentech základních počtů (stavu před započítáním bojové činnosti). Absolutní ztráty v jednotlivých druzích bojové činnosti obdržíme po vynásobení uvedených formulí základními počty osob a bojové techniky. Dále přihlídneme k faktorům, které mohou mít v některých případech nezanedbatelný vliv na vývoj bojových ztrát. Jde o faktory, charakterizující intenzitu bojové činnosti, druh terénu a roční období.

Matematický model ztrát živé síly a bojové techniky je konstruován pro tři základní druhy bojové činnosti: útok, obranu, střetný boj.

V těchto základních druzích boje můžeme různými faktory, nabývajícími určitých hodnot v předem daných intervalech, rozlišovat další druhy bojových činností. Např. v útoku můžeme rozlišit útok s průlomem obrany, útok po prolomení obrany, útok v operační hloubce apod.

Faktory, které charakterizují intenzitu bojové činnosti, druh terénu a roční období, jsou vyjádřeny koeficienty. Tyto koeficienty jsou pro zvolený druh boje, terénu a ročního období konstantní.

Absolutní ztráty živé síly a bojové techniky pro základní druhy bojové činnosti, modifikovány dalšími faktory, jsou zobrazeny těmito matematickými modely:

A. Model absolutních ztrát živé síly a bojové techniky v čase pro útočící vojska

$$Z''_{ijm} = SP_j \cdot \frac{N_{jm}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot 1,998 \cdot e^{-0,346 c_i} \cdot I \cdot T \cdot R,$$

kde Z''_{ijm} - absolutní ztráty útočnicka pro i -tý kvalitativní poměr sil, j -tý druh zbraní nebo osoby, m -tý druh bojové činnosti v ú-útku.

B. Model absolutních ztrát živé síly a bojové techniky v čase pro bránci se vojska

$$Z''_{ijmo} = SP_j \cdot \frac{N_{jm}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot 0,501 \cdot e^{0,346 c_i} \cdot I \cdot T \cdot R,$$

kde Z''_{ijmo} - absolutní ztráty obránce pro i -tý kvalitativní poměr sil, j -tý druh zbraní nebo osoby, m -tý druh bojové činnosti v o-obraně.

C. Model absolutních ztrát živé síly a bojové techniky v čase pro vojska ve střetném boji

$$Z''_{ijs1} = SP_j \cdot \frac{N_{js}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot c_i^{-0,347} \cdot R,$$

$$Z''_{ijs2} = SP_j \cdot \frac{N_{js}}{16 \cdot 100} \cdot t \cdot c_i^{1,122} \cdot R,$$

kde Z''_{ijs1} - absolutní ztráty silnější strany ve střetném boji (s1) pro i -tý kvalitativní poměr sil, j -tý druh zbraní nebo osoby,

Z''_{ijs2} - absolutní ztráty slabší strany ve střetném boji (s2).

V těchto modelech symboly znamenají

SP_j - skutečné (základní) počty jednotlivého druhu zbraní nebo osob,

N_{jm} - normativní procento denních ztrát j -tého druhu zbraní nebo osob pro m -tý druh bojové činnosti,

N_{js} - normativní procento denních ztrát j -tého druhu zbraní nebo osob pro střetný boj,

t - doba trvání bojové činnosti,

I - intenzita bojové činnosti,

T - charakteristika terénu,

R - roční období.

Hodnoty veličin N , I , T , R vycházejí z normativních ztrát (pomůcka OS/GŠ).

Výpočet ztrát při rozmístění mimo boj a za přesunu

Ztráty při rozmístění mimo boj a za přesunu představují součet nebojových ztrát a ztrát, které jsou způsobeny úderem letectva.

Jako jeden z možných způsobů výpočtu můžeme uvést tento vzorec:

$$Z'_{\text{imp}} = SP_j \cdot \frac{N_{jm}}{16 \cdot 100} \cdot t + SP_j \cdot \frac{N'_j \cdot L}{12} \cdot Q,$$

kde Z'_{imp} – absolutní ztráty pro j -tý druh zbraň nebo osoby a m -tý druh bojové činnosti (rozmístění mimo boj, nebo přesun),

N'_j – normativní procento ztrát způsobených 12 letouny zadaného typu pro j -tý druh techniky nebo osob,

L – počet letounů působících na objekt,

Q – koeficient, nabývající hodnot 0,8 pro přesun a 1,5 při použití zápalných prostředků, jinak nabývá hodnotu 1.

Kalkulací ztrát způsobených běžnou bojovou činností nebyla v nedávné minulosti (ve štábní praxi při cvičeních) věnována vždy odpovídající pozornost. Docházelo k subjektivismu hodnotitelů a nejednotnosti ve výsledcích.

Značným přínosem pro sjednocení hodnocení výše ztrát bylo vydání norem ztrát v jednotlivých druzích bojové činnosti, které určila OS/GŠ v roce 1980.

Hlavním přínosem navrhovaného řešení je zvýšení přesnosti a objektivnosti kalkulace ztrát a to zavedením více faktorů ovlivňujících výši ztrát a možnosti jednotného zpracování vstupních informací na počítači. Automatizované kalkulace výrazně šetří čas štábních pracovníků a slouží jako hodnotný podklad pro rozhodování velitelů.