

MATEMATICKÉ METODY MODELOVÁNÍ BOJE

Výraznou charakteristikou současné vědy jsou tendence, které spočívají v metodologickém prolínání jednotlivých vědních disciplín. Zvětšení intenzity působnosti interdisciplinarit vede k postupnému prolamování hranic mezi přírodními a společenskými vědami. Základní tendencí interdisciplinarit je pronikání **exaktních metod do společenských věd**. V souvislosti s tím vystupují naléhavě do popředí také otázky vzájemných vztahů mezi vojenskou vědou a exaktními, speciálně matematickými metodami.

V tomto článku chceme především zaujmout stanovisko k některým obecným otázkám modelování boje a přispět tak ke správnému pochopení úlohy a místa matematických metod modelování boje ve vojenské vědě.

DEFINICE MODELU BOJE

Modelový princip se stává typickou vědeckou gnoseologickou metodou. Nejvýznamnější poznávací funkcí modelu je to, že je spojovacím článkem mezi teoretickým abstraktním myšlením a objektivní skutečností. Z hlediska teorie vojenského umění je proto krajně potřebné podat dostatečně přesnou **definici pojmu „model boje“**, což má značný teoretický i praktický význam. V publikaci „Analytické modely boje“ je tato definice modelu boje:

„Modelem boje rozumíme takový myšlenkově nebo materiálně realizovaný systém, který odráží nebo zobrazuje skutečný boj (tj. jeho tři základní složky: bojové sestavy, procesy boje a prostředí bojiště) a je způsobilý nahradit jej tak, že při jeho studiu získáme nové informace o tomto boji“.

KLASIFIKAČNÍ SCHÉMA MODELŮ BOJE

Ze základního vymezení (viz schéma 1), konstruovaného s využitím definice vědeckého modelu podle A. Štoffa, můžeme deduktivně odvodit definice nebo charakteristiky modelů boje na všech úrovních přijatého klasifikačního schématu.

Všechny modely boje, jakkoli se liší vnější formou, mají jednotnou vnitřní strukturu, jež je adekvátní vzhledem k originálu, tj. k reálnému boji. Tuto vnitřní strukturu tvoří tři základní složky. Jsou to:

- **bojové sestavy** (síly, prostředky a jejich prostorové a taktické členění);
- **procesy boje** (pohyb, palba atd.);
- **prostředí bojiště.**

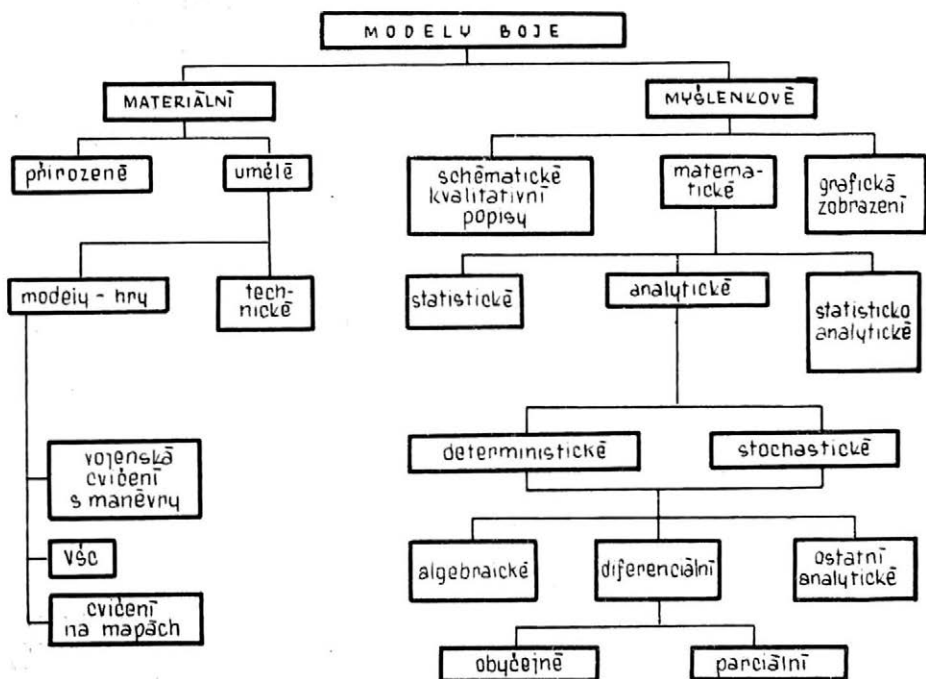
Např. při **cvičení na mapách** prostředí bojiště zobrazuje topografická mapa, bojové sestavy a procesy boje zakres smluvených symbolů do mapy. Část procesů boje je simulována vlastní činností cvičících důstojníků. Zkreslená vojenská mapa je prvním známým tzv. „klasickým“ modelem boje.

U **statistických modelů boje**, realizovaných na samočinných počítačích, prostředí bojiště zobrazuje tzv. strojová (digitalizovaná) mapa a bojové sestavy informační masiv, uložený v paměti počítače. Procesy boje jsou realizovány podle algoritmů informačních a rozhodovacích procesů velení, uložených ve formě programu v operační paměti počítače.

V **analytických modelech boje** bojové sestavy, prostředí bojiště i procesy boje vyjadřuje soustava rovnic (nerovností), slovník použitých symbolů a slovně formulované omezení (podmínky) pro každou složku modelu boje zvlášť.

Systematický popis a klasifikace modelů boje má značný metodologický význam, protože usnadňuje pochopení podstaty vzájemných vztahů jednotlivých modelovacích metod.

SCHEMA I



PODSTATA PROTIKLADNOSTI NÁZORŮ NA INTERPRETACI MATEMATICKÝCH METOD VE VOJENSTVÍ

Mnoho různých a často protichůdných názorů zatím existuje na úlohu a místo matematických metod v systému metodologických prostředků vojenské vědy. Tato, často krajně rozporná stanoviska, jsou přirozeným odrazem celkové situace ve vědě. **Přímo souvisejí s protikladným nazíráním na problematiku interpretace matematiky ve společenských vědách.** Varovný (a soudíme, že nikoli příliš progresivní) hlas některých vojenských odborníků akcentuje nutnost používat ve vojenské vědě především (resp. téměř výhradně) tradičních, osvědčených klasických metod, založených na ryze kvalitativní analýze. Naproti tomu zastánci uplatňování exaktních metod ve vojenské vědě útočí, aniž by dostatečně zvládli rozsáhlé dílo svých předchůdců. Ke vztahům mezi kvantitativní a kvalitativní analýzou jeví se později ještě vrátíme. Teď jen poznamenáváme, že tentýž problém zajímal i tvůrce kybernetiky N. Wienera, který napsal:

„Stále znovu se setkáváme se všeobecnou tendencí: přirovnávat společenské vědy k přírodním vědám, s tendencí, která může vést pouze ke katastrofě, pokud se pracovníci různých speciálních oborů vědy dokonale neobeznámí se společenskými vědami. Pokusy vybudovat novou matematickou ekonometriku se nepodařily, nepodaří a nemohou podařit v rukou těch vědců, jejichž znalosti v ekonomii se omezují pouze na přirovnání, vzata z oblasti fyziky. Sociolog, který nezná bohatá ložiska informací a objevů, která odhalili sociologové a historici v minulosti, je sociologem jen z poloviny, a to z té horší poloviny.“¹⁾

PRINCIP TÝMOVÉ SPOLUPRÁCE

Domníváme se, že přes rozdíly v analytických nástrojích mají všichni vojenskovědeckí pracovníci na mysli totéž — rozvíjení vojenskoteoretického myšlení.

Na tomto místě zdůrazňujeme, že použití matematiky v žádném případě nemá a ani **nemůže vést ke snížení, respektive k likvidaci charakteristického předmětového specifika.** Matematika sama o sobě je pouze jazykem vědeckého popisu a neodpovídá vůbec za to, co může vyjádřit nebo vyjadřuje tento jazyk. **Matematická přesnost zápisu chybné hypotézy totiž nijak neodůvodňuje její správnost!** Aplikaci matematiky ve společenských (a tudíž i vojenských) vědách činí tedy problematickou nikoli sama matematická metoda, nýbrž vadná metodologická základna vědy, v jejímž rámci má být matematická metoda interpretována. **Matematických metod můžeme s úspěchem použít jedině tehdy, jsou-li kontrolovány teorií dané speciální vědy a nejsou podstrkovány na místo této teorie.**

Jde tedy o to, aby se ve vojenské vědě prakticky přešlo od klasického pojetí k novému pojetí, založenému na akceptování historické cesty vývoje poznání od poznání pouze kvalitativního k poznání zároveň i kvantitativnímu. **Ve vojenskovědní gnosologii budou mít matematické modely stále větší význam, a to zejména tehdy, budou-li jich dovedně využívat vojenští odborníci.** To je zcela v souladu i s prognózami Marxovými, založenými na předpokladu, že s historickým vývojem používá věda stále více a více matematiky.

H. A. Simon k tomuto problému napsal: „Matematika se stala převládající řečí přírodovědy ne proto, že je kvantitativní (rozšířený omyl), nýbrž především proto, že umožňuje jasnou a přesvědčivou analýzu toho jevu, který je příliš složitý, aby mohl být vyjádřen slovy.“²⁾

¹⁾ Norbert Wiener, *The Education of Scientists, Mainstream*, vol. 12, N. 5., May 1958, str. 20.

²⁾ *Models of Man Social and Rational*, Lud, Chapman and Hall, Ltd., 1957, str. 89–90.

Z konstatování, že matematické metody (respektive metody matematického modelování) zaujaly a budou stále více zaujímat významné místo v systému metodologických prostředků vojenské vědy, tedy nikterak nevyplývá, že „klasické“ metody cokoli ztratily na svém významu. Kvalitativní analýza ve vojenské vědě se dnes a zejména v budoucnosti neobejde bez analýzy kvantitativní. To ovšem neznamena, že by matematika mohla nebo měla nahrazovat vlastní teoretické a metodické prostředky vojenské vědy. Při aplikaci matematických modelových metod zůstávají kvalitativně analytické principy poznání nejen zachovány, ale navíc dochází ke znásobení jejich účinnosti. **Obě metody, kvalitativní a kvantitativní, se tedy navzájem nevylučují, ale právě naopak, doplňují a obohacují.**

Matematický modelový princip je typickou gnoseologickou metodou, která předpokládá **týmovou spolupráci**. „Modelování jakékoli formy pohybu hmoty mohou nejlépe a nejjistěji řešit odborníci především ve své oblasti vědy; tedy i modelování společenských procesů je především povinností sociologů samých; každopádně se ho musí zúčastnit a mít zde právo rozhodujícího hlasu. Žel, nejsou většinou v tomto směru dosud připraveni. Proto, ačkoli je to paradoxní, dosahují zatím reprezentanti přírodovědy a exaktních věd lepších výsledků v modelování sociálních procesů než sociologové, kteří jimi pohrdají a domnívají se, že mají nad nimi převahu.“³⁾

GNOSEOLOGICKÉ DŮSLEDKY INTERPRETACE MODELOVÉHO PRINCIPU VE VOJENSTVÍ

Zavádění matematických věd do vojenské vědy je důkazem její rostoucí zralosti, náročnosti a přesnosti, neboť jak prohlásil Marx, „věda se teprve tehdy stává skutečnou vědou, dospěje-li tak daleko, aby mohla používat matematiky.“⁴⁾

Všeobecná tendence vojenské vědy zobecňovat výsledky poznání ve formě, která je blízká a přístupná matematické formulaci, je patrná již v dílech klasiků. Je sice pravda, že pro řadu problémů vojenskovední povahy dosud neexistuje modelový adekvát, ale naopak platí, že existuje celá řada problémů, řešitelných prostřednictvím nejbližšího matematického aparátu.

Důkazem tohoto tvrzení je např. analýza boje (palby), jak ji popsal Clausewitz ve svém díle „Rukověť ke zpracování taktiky čili nauky o boji“. Autor popisuje palebný souboj dvou protistojících celků pěchoty a dělostřelectva takto:

„Kdyby byly proti sobě postaveny nestejně celky pěchoty a dělostřelectva rovnoběžně ve stejném prostoru a kdyby všechny výstřely znamenaly **zásahy** jednotlivých osob, byl by **počet zásahů úměrný počtu střelících**. Stejný poměr by dávaly zásahy, kdyby se střídalo **na plný terč**, kdyby už tedy nebyl cílem jednotlivec, nýbrž prapor, linie atd. **Ale tak je třeba z valné většiny skutečně pohlížet na výstřely** ve válce, dokonce i ve střeleckých bojích. Jenže cíl není plný, nýbrž se skládá z lidí a rozstupů mezi nimi. Rozstupy **se zmenšují** čím více, čím více **přibývá** bojujících v témže prostoru. Účinek palebného boje palbou mezi nestejným počtem se tudíž bude skládat z počtu střelících a z počtu nepřátelského vojska, na které se střílí; tj. jinými slovy: početní převaha nedává v palebném boji silnější účinek, protože to, co se získává množstvím ran, ztrácí se zase tím, že nepřátelské výstřely tím lépe zasahují.

Dejme tomu, že padesát mužů by stálo v témže prostoru proti praporu o pěti stech mužích. Z padesáti ran má třicet zasáhnout terč, tj. plochu, jakou zaujímá nepřátelský prapor, pak z pěti set nepřátelských ran dopadne tři sta do prostoru, který zaujímá našich padesát mužů. Jenže těch pět set mužů stojí ještě desetkrát hustěji než padesát,

³⁾ E. Arab Ogly, Modelování společenských procesů, Kybernetika ve společenských vědách, ČSAV 1985, str. 101.

⁴⁾ Viz: Vzpomínky na Marxe a Engelse, Praha 1958, str. 70.

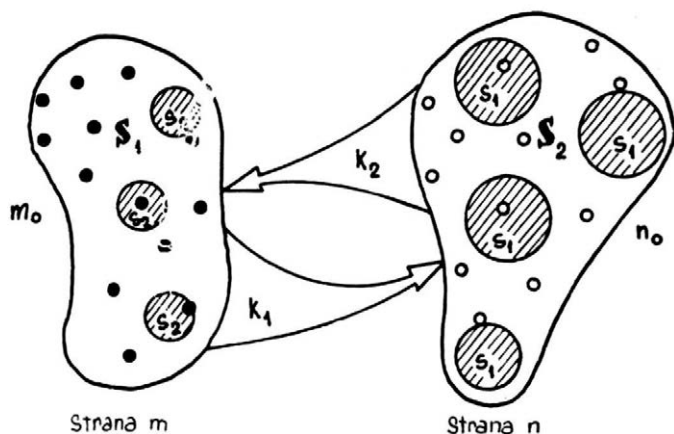
z našich kulí bude tedy desetkrát víc zásahů než z kulí nepřítelů a z našich padesáti ran tedy zasáhne nepřítelů právě tolik, kolik z pěti set nepřátelských ran zasáhne naše vojáků.

I když ve skutečnosti nedojde přesně k takovému výsledku a vcelku snad zůstane početní převaha malá výhoda, přece je jisté, že to v podstatě souhlasí, že totiž jednostranný účinek, tj. výsledek v palebném boji, ani zdaleka nedrží krok s početní převahou, ba sotva je jí ovlivněn.

Tento závěr má podstatnou důležitost, neboť se na něm zakládá ta hospodárnost silami v přípravném ničícím aktu, kterou je možné považovat za jeden z nejjistějších prostředků k vítězství.

Nemysleme si, že by tento závěr mohl vést k absurdu a že by např. dva muži (nejmenší počet, jaký může zabírat širší prostor, který je tu myšlen jako terč) museli potom vykonat zrovna tolik jako dva tisíce, za předpokladu, že by ti dva stáli tak daleko od sebe jako ty dva tisíce. Kdyby ty dva tisíce stály stále přímo před sebe, pak by tomu tak ovšem bylo. Ale je-li počet slabšího tak nepatrný, že silnější soustředí palbu na jednotlivé lidi, pak musí samozřejmě nastat veliký rozdíl v účinku; neboť potom už tu není daný předpoklad pouhých ran na terč. Zrovna tak by slabá palebná linie vůbec nepřiměla protivníka, aby přijal palebný boj, nýbrž protivník by ji rovnou zahnal. Vidíme tedy, že s výše uvedeným závěrem nesmíme zacházet příliš daleko, ale proto přece zůstává nesmírně důležitý. Stokrát jsme viděli, že palebná linie se udržela v rovnováze s dvakrát silnější nepřátelskou linií a snadno pochopíme, jaké důsledky to má pro hospodaření silami.⁵⁾

SCHEMA 2



LEGENDA:

- $m_0, (n_0)$ — počet bojových prostředků strany $m, (n)$ na začátku boje,
 $S_1, (S_2)$ — plocha bojiště, na níž jsou rozmístěny prostředky strany $m, (n)$,
 $s_1, (s_2)$ — plocha účinného ničení při jednom výstřelu prostředku strany $m, (n)$,
 k_1, k_2 — průměrná rychlost střelby prostředků strany $m, (n)$

⁵⁾ Clausewitz, O válce, Naše vojsko 1959, str. 643—644.

Clausewitzova abstrakce souboje dvou bojových sestav obsahuje dvě alternativy:

1. mířené výstřely na jednotlivé osoby,
2. střelba na plný terč, kdy cílem již není jednotlivec, ale prapor, linie atd.

V dalším výkladu ukážeme, k jakým **gnoseologickým důsledkům** povede formulace daného problému v jazyce matematiky.

Bojové situace, jak je popsal Clausewitz, znázorňuje **schéma 2**.

V první alternativě boje jde o vedení palby mířené. Cílem je zničit jistý prostředek protivníka. Je zřejmé, že každý prostředek vede palbu jen po bojeschopných cílech až do okamžiku, dokud není sám zničen nebo dokud neskončil boj; přitom jedním výstřelem lze zničit maximálně jeden cíl. Dále je předpokladem, že terén bojiště umožňuje každému prostředku jedné strany vést palbu po libovolném prostředku strany druhé a naopak v každém časovém okamžiku boje.

Střetnutí, které splňuje přibližně tyto předpoklady, můžeme dosti přesně popsat soustavou obyčejných diferenciálních rovnic.

Uvažujme o dostatečně malém časovém intervalu $\langle t, t + \Delta t \rangle$. Počet bojeschopných prostředků strany m , respektive n v čase t označíme $m(t)$, respektive $n(t)$.

Analýzujeme nyní stranu m . Je třeba zjistit, kolik bojových prostředků této strany je v uvedeném časovém intervalu zničeno.

Je-li průměrná rychlost střelby prostředku strany $n - k_2$ a pravděpodobnost zničení cíle při jednom výstřelu — p_2 , pak jeden prostředek strany n zničí za časovou jednotku

$$\lambda_2 = k_2 p_2$$

prostředků strany m . Protože strana n má v čase t $n(t)$ bojeschopných prostředků, zničí tudíž za časovou jednotku $\lambda_2 n(t)$ prostředků strany m (ztráty jsou úměrné počtu střelících prostředků a jejich efektivnosti).

Ztráty strany m za časový interval Δt jsou vlastně jejím záporným přírůstkem a lze tudíž psát

$$m = -\lambda_2 n(t) \Delta t,$$

neboli

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -\lambda_2 n(t).$$

Limitním přechodem dostáváme vztah

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m(t)}{\Delta t} = \frac{dm(t)}{dt} = -\lambda_2 n(t), \quad (1)$$

což je diferenciální rovnice, která popisuje závislost průměrného počtu nezničených prostředků strany m na čase a na počtu prostředků strany n .

Analogicky můžeme odvodit pro stranu n rovnici:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\lambda_1 m(t). \quad (2)$$

Rovnice (1) a (2) tvoří soustavu dvou obyčejných lineárních diferenciálních rovnic, kterou nazýváme Lanchesterovým kvadratickým modelem boje.

Ve druhé alternativě boje jde o vedení palby nemířené. Střelí se přibližně statisticky rovnoměrně po celé ploše S rozmístění protivníka — střelí se na „plný terč“. Ostatní podmínky vedení boje jsou přibližně shodné s první alternativou.

Střetnutí, které vyhovuje těmto předpokladům, můžeme opět dosti přesně popsat soustavou diferenciálních rovnic.

Uvažujme o jistém dostatečně malém časovém intervalu $\langle t, t + \Delta t \rangle$. Počet bojeschopných prostředků strany m , respektive n v okamžiku t označíme $m(t)$, respektive $n(t)$. Analyzujeme nyní stranu m . Je třeba zjistit průměrný přírůstek bojeschopných prostředků $\Delta m(t)$ v intervalu $\langle t, t + \Delta t \rangle$.

Je-li střední hustota bojeschopných prostředků strany m v čase $t - \frac{m(t)}{S_1}$ (hustotou zde rozumíme střední počet bojeschopných prostředků, které připadají na jednotku plochy) a je-li při jednom výstřelu prostředku strany n zničena plocha s_2 , pak při střední rychlosti střelby k_2 zničí jeden prostředek strany n za časovou jednotku průměrně $s_2 \frac{m(t)}{S_1} k_2$ prostředků strany m . Protože strana n má v čase t $n(t)$ bojeschopných prostředků, bude hodnotu $\Delta m(t)$ vyjadřovat vztah

$$\Delta m(t) = -k_2 s_2 \frac{m(t)}{S_1} n(t) \Delta t. \quad (3)$$

Analogicky odvodíme přírůstek bojeschopných prostředků strany n :

$$\Delta n(t) = -k_1 s_1 \frac{n(t)}{S_2} m(t) \Delta t. \quad (4)$$

Dělením výrazů (3) a (4) hodnotou Δt a limitním přechodem $\Delta t \rightarrow 0$ dostaneme soustavu dvou diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} \frac{dm(t)}{dt} &= -\frac{k_2 s_2}{S_1} m(t) n(t) \\ \frac{dn(t)}{dt} &= -\frac{k_1 s_1}{S_2} m(t) n(t), \end{aligned}$$

tzv. Dinerův model.

Tyto dvě soustavy diferenciálních rovnic jsou matematickým modelem zkoumané objektivní reality. Při konstruování modelu jsme byli nuceni abstrahovat podstatné rysy střetnutí dvou daných systémů. Připustíme, že stupeň abstrakce, který je důležitou komponentou míry adekvátnosti našeho poznání, nevybočuje z rámce přípustných tolerancí. Pak, je-li soustava diferenciálních rovnic řešitelná (a to v našem případě je), můžeme při analytickém řešení nebo experimentování s modelem na výpočetní technice obdržet odpověď na naše otázky o chování systému, který diferenciální rovnice popisují. Jsme např. s to vyjádřit takové charakteristiky průběhu boje, jako např. čas ukončení boje, stav bojeschopných prostředků vítěze na konci boje. S využitím obou těchto modelů můžeme podat exaktní důkaz platnosti principu soustředění sil, ničení protivníka po částech a principu lokální převahy sil. Modelů lze využít také k výpočtu poměru sil, spotřeby střeliva, zjišťování parametrů bojové sestavy protivníka, zdůvodnění potřeby průzkumu apod.

Prosté porovnání závěrů, k nimž jsme dospěli analytickým řešením modelů nebo experimentováním s nimi, se závěry Clausewitzovými, názorně vypovídá o přednostech interpretace matematického modelovaného principu před klasickým řešením problému. Slovy Norberta Wienera bychom mohli totéž vyjádřit takto: „Je-li nesnáze fyziologického problému v zásadě rázu matematického, dostane se deset fyziologů neznalých matematiky přesně tak daleko jako jeden fyziolog, který nezná matematiku, a ani o krok dále.“⁶⁾

⁶⁾ N. Wiener, Kybernetika neboli řízení a sdělování v živých organismech a strojích.

MATEMATIKA JAKO TEORETICKOTVORNÁ KOMPONENTA TEORIE VOJENSKÉHO UMĚNÍ

Na příkladě, který jsme uvedli, chceme ukázat i skutečnost, že použití exaktních, v daném speciálním případě matematických metod může vést k zobrazení takových vztahů mezi jevy, které při použití klasických ryze kvalitativních metod zůstávají neodkryty. Clausewitz říká: „Zkoumá-li teorie předměty, které tvoří válku, rozlišuje-li přesněji, co na první pohled jako by splývalo, udává-li dokonale vlastnosti prostředků, ukazuje-li jejich pravděpodobné účinky, stanoví jasně povahu účelu, vnáší-li všude světlo důkladné kritické úvahy na pole války — pak splnila hlavní předmět svého úkolu.“⁷⁾

V těchto souvislostech se matematické modely boje jeví nejen jako prostá součást vojenskovědní gnoseologie, ale přímo jako teoretickotvorná komponenta vojenského umění. Matematické metody jsou tedy také základním zdrojem předpokladů a principů, jejichž prostřednictvím vznikají nové a obohacují se již existující teorie. Je tomu tak proto, že největší hodnota matematiky spočívá v její schopnosti dokonale vyjádřit vnitřní organizaci odpovídajících procesů přírody a společnosti. Díky těmto univerzálním vlastnostem matematické modelování boje spolu s metodami operační analýzy stávají se významnou teoretickotvornou složkou rodících se matematicky vyjádřených teorií vojenského umění.

ÚLOHA VzÚ 401 PŘI KONSTITUOVÁNÍ MATEMATICKÉ TEORIE VOJENSKÉHO UMĚNÍ

Je nepochybné, že konstituování matematiky vyjádřených teorií vojenského umění je otázkou dlouhodobého vynakládání poznávacích kapacit.

Hlavní zdroje obtíží spočívají v samotném charakteru ozbrojeného zápasu jakožto komplexního stochastického složitého dynamického systému, v němž je krajně obtížné vyčleňovat jednotky analýzy. Clausewitz píše: „Při takové povaze předmětu si musíme říci, že by bylo úplně nemožné chtít válečnému umění opatřit nějakou pozitivní učební soustavu jako nějakou konstrukci, která by mohla jednajícimu všude poskytovat vnější oporu.“⁸⁾ Dnes již nesdílíme Clausewitzovou skepsi, alespoň ne bezvýhradně, i když jsme si vědomi, že existuje ještě druhá mez obtíží, která je dána nedokonalostí poznávacího aparátu. Vojenská věda má totiž mnoho problémů, pro které, jak jsme již zdůraznili, zatím neexistuje modelový adekvát. Proto potřebuje svoji vlastní matematiku. Vybavení vojenské vědy adekvátním matematickým aparátem může vést a povede k přetvoření vojenské vědy v syntetickou vědu vyšší úrovně. Výzkumný ústav 401 chce v součinnosti s celou vojenskovědní základnou přispět k postupnému řešení tohoto významného a obrovského úkolu silami a prostředky svého 2. oddělení. Na cestě k tomuto „strategickému“ cíli oddělení učinilo první skromný krok: shromáždilo, utřídilo, modifikovalo, programově zvládlo a publikovalo všechny dostupné analytické modely boje. V r. 1970 počítá s vydáním obdobného sborníku o statistických modelech boje.

⁷⁾ Clausewitz, O válce, Naše vojsko 1959, str. 91—92.

⁸⁾ Tamtéž, str. 90.