

Kapitán děl. Karel L u k á š :

Výpočet souřadnic bodu pomocným bodem Collinsovým.

Velmi často při dělostřelecké topografické přípravě střelby a pozorování nastane úkol určit souřadnice základního bodu a nějakého bodu poblíže pozorovatelů. Takovéto body budeme téměř výhradně určovat protínáním zpětným poněvadž jiná měřická metoda, na př. protínání vpřed, požaduje provést měření alespoň na třech známých bodech. Mnohdy nebudeme mít k dispozici ani takovéto tři známé body, na kterých bychom mohli provést měření (na př. budeme znát souřadnicemi tři věže kostelů a excentrické měření nechceme provádět), pak budeme mít úkol téměř vždy časově omezen. Doba, potřebná k měření na třech bodech, jest určitě delší než doba, potřebná k měření na jednom bodě. Základní bod potřebný k určení souřadnic řídicího děla máme volit co možná jeden pro celý oddíl, aby určení souřadnic všech tří řídicích děl v oddílu bylo pod vlivem stejné chy-

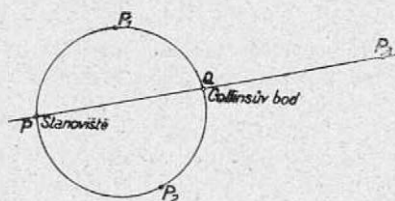
by, a to takové, která jest úměrná chybě v určení základního bodu. Základní bod, na který klademe uvedený požadavek, nebude lze často určit přímo zpětným protínáním, protože nebudeme vidět potřebné známé body k jeho určení. V takovém případě jsme nuceni určit na výhodném místě jiný pomocný bod a z něho pak jinou měrickou metodu (polygonálním pořadem anebo rayonováním) určit souřadnice základního bodu. Tento způsob nám nastane téměř vždy při určení pozorovatelů. Orientační důstojník, jsa vázán taktickou situací (viditelnost od nepřitele a prozrazení pozorovatelů) nebude moci provádět měření přímo na této pozorovatelně. Proto si volí poblíže pozorovatelů pomocný bod a z něho pak stejným způsobem jako při určení základního bodu určí souřadnice pozorovatelů.

Orientační důstojník může tyto práce provádět jednak graficky na měrickém stole, jednak početně při použití teodolitu. Nebude-li mít orientační důstojník na počátku bojové akce dostatek času, provede potřebná měření na měrickém stole. Jakmile bude nucen oddíl zůstat delší dobu v palebném postavení, je povinností orientačního důstojníka provést topografickou přípravu střelby a pozorování přesně. V takovém případě pak nepostačí práce s měrickým stolem, a proto bude nucen orientační důstojník sáhnout po teodolitu, provést potřebná měření úhlů a výpočtem zjistit přesně souřadnice potřebných bodů.

Orientační důstojník každého oddílu bude vybaven dělostřeleckým teodolitem vz. 34, což bylo dosud jen u oddílu hrubého a těžkého dělostřelectva.

Práce při určování bodů záleží jednak v měření úhlů, provedeném na určovaném bodě, jednak v početním vyhodnocení měření.

Provedení měření se skládá jednak z měření úhlů horizontálních alespoň na čtyři souřadnicově známé body (k matematickému určení postačí body tři, čtvrtý bod jest jenom kontrolou výpočtu), jednak z měření



Obr. 1.

úhlů vertikálních alespoň na dva známé body výškově pro určení nadmořské výšky určovaného bodu. Měření úhlů horizontálních je třeba provádět ve dvou skupinách. Ze zaměřených čtyř bodů pak provedeme kombinace pro výpočet souřadnic a pro kontrolu výpočtu.

Početní vyhodnocení měření provádíme zpětným protínáním obyčejně úlohou Pothenotovou (nebo, lépe, Snelliovou). K řešení této úlohy potřebujeme,

jak bylo výše uvedeno, tři známých bodů. Při řešení této úlohy, jak známo, musíme provést výpočet t. zv. pomocného úhlu, aby byla úloha řešitelná.

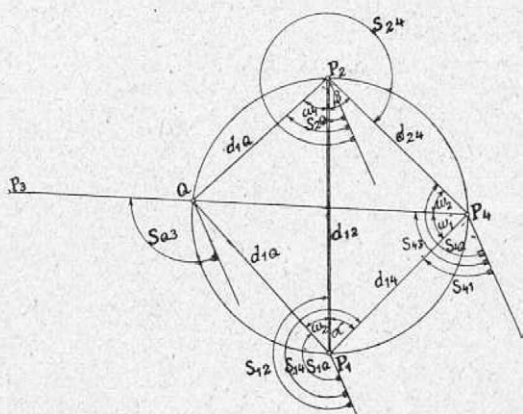
Zde uvedu jiný způsob určení souřadnic bodu při zpětném protínání, který je velice jednoduchý, snazší pro výpočet a myslím i rychlejší a v praxi orientačních důstojníků méně známý. Je to určení souřadnic bodu pomocným bodem Collinsovým.

Tato úloha je v podstatě početní řešení přesné orientační metody, známé při práci s měrickým stolem pod názvem italská metoda.

Collinsovým bodem jmenujeme průsečík spojnice našeho stanoviště s jedním co možná vzdáleným známým bodem s kružnicí, procházející dvěma druhými známými body a naším stanovištěm, jak naznačeno v obrázku 1.

Tato úloha je založena na známé poučce z geometrie, že úhly obvodové nad tětivou jsou stejné. Tohoto poznatku uijeme zde k určení souřadnic tohoto pomocného bodu Collinsova. Známe-li pak souřadnice pomocného Collinsova bodu, můžeme vypočítat směrnicí spojnice Collinsova bod a bod vzdálený, v našem případě bod P_3 . Známe-li nyní tento směrnicí, jest úloha rozřešena, protože můžeme s pomocí tohoto směrnicí určit směrnicí na druhé dva známé body z bodu neznámého, vypočítat ostatní potřebné úhly. Vypočteme-li pak jednotlivé strany trojúhelníků, na které se nám obrazec rozpadne, přechází pak úloha zpětného protínání v protínání vpřed.

Odvození a řešení úlohy viz obrázek 2.



Obr. 2.

Postup výpočtu:

Na neznámém určovaném bodě změříme teodolitem směry na body P_1, P_2, P_3 . Z měřených směrů určíme velikost úhlů ω_1 a ω_2 . Z obrázku 2 vidíme, že úhel ω_1 u bodu P_4 jest obvodový nad tětivou P_1Q , rovná se tedy úhlu ω_1 u bodu P_2 . Úhel ω_2 u bodu P_4 jest obvodový nad tětivou P_2Q , rovná se tedy úhlu ω_2 u bodu P_1 .

Ze souřadnic daných bodů P_1 a P_2 určíme výpočtem směrnic strany $P_1P_2 = S_{12}$ a jejich vzdálenost d_{12} .

Výpočet směrnicí:

$$\operatorname{tg} S_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{dy}{dx}$$

$$S_{12} = \dots\dots, S_{21} = S_{12} \pm 2R = \dots\dots$$

Výpočet směrnicí můžeme kontrolovat, jak známo, zkouškou 45stupňovou.

Výpočet vzdálenosti:

$$d_{12} = \frac{dy}{\sin S_{12}} = \frac{dx}{\cos S_{12}}$$

Pro další výpočet vzít onu vzdálenost, která je počítána z většího rozdílů souřadnic... Lalandovo pravidlo.

Známe-li nyní směrnicí strany P_1P_2 a P_2P_1 , můžeme změnou těchto směrnicí o hodnotu úhlů ω_1 , resp. ω_2 určit směrnicí stran P_1Q a P_2Q .

$$S_{1Q} = S_{12} - \omega_1, S_{2Q} = S_{21} + \omega_2.$$

Ze vzdálenosti d_{12} a úhlů ω_1 a ω_2 řešením trojúhelníka P_1P_2Q určíme sino-

vou větou délku stran d_{1Q} a d_{2Q} . Délku stran číselně nehledáme, najdeme jenom její logaritmus.

$$d_{1Q} = \frac{d_{12} \sin \omega_1}{\sin [\omega_1 + \omega_2]} \quad d_{2Q} = \frac{d_{12} \sin \omega_2}{\sin [\omega_1 + \omega_2]}$$

Tim máme řešen trojúhelník $P_1 P_2 Q$ a můžeme vypočítat souřadnice bodu Q .

$$\begin{aligned} dy_{1Q} &= d_{1Q} \sin S_{1Q} & dx_{1Q} &= d_{1Q} \cos S_{1Q} \\ dy_{2Q} &= d_{2Q} \sin S_{2Q} & dx_{2Q} &= d_{2Q} \cos S_{2Q} \\ y_Q &= y_1 \pm dy_{1Q} & x_Q &= x_1 \pm dx_{1Q} \\ y_Q &= y_2 \pm dy_{2Q} & x_Q &= x_2 \pm dx_{2Q} \end{aligned}$$

Dostaneme tak dvojici souřadnic bodu Q , které se budou od sebe lišit jenom o nepatrné hodnoty, způsobené chybou v určení úhlů ω_1 a ω_2 .

Nyní ze souřadnic bodu Q a bodu P_3 vypočteme směrník spojnice QP_3 .

$$tg S_{Q_3} = \frac{y_3 - y_Q}{x_3 - x_Q} = \frac{dy}{dx}; S_{Q_3} = \dots\dots\dots$$

Směrník S_{Q_3} se rovná také směrníku S_{43} , protože spojnice QP_3 prochází také bodem P_4 .

Ze známého nyní směrníku S_{43} můžeme určit směrníky stran P_{41} a P_{42} .

$$\begin{aligned} S_{41} &= S_{Q_3} - \omega_1; & S_{14} &= S_{41} \pm 2R \\ S_{42} &= S_{Q_3} + \omega_2; & S_{24} &= S_{42} \pm 2R \end{aligned}$$

Nyní přechází úloha zpětného protínání v úlohu protínání vpřed. Abychom mohli určit souřadnice bodu P_4 , musíme opět znát délky stran d_{14} a d_{24} . Ty odvodíme opět řešením trojúhelníka $P_1 P_2 P_4$ sinovou větou. Pro řešení potřebujeme ještě znát hodnotu úhlů α a β .

Z obrázku 2 je zřejmo, že úhel:

$$\alpha = S_{14} - S_{12} \text{ a } \text{úhel } \beta = S_{21} - S_{24}.$$

Výpočet stran d_{14} a d_{24} :

$$d_{14} = \frac{d_{12} \sin \beta}{\sin [\omega_1 + \omega_2]}; \quad d_{24} = \frac{d_{12} \sin \alpha}{\sin [\omega_1 + \omega_2]}$$

Vypočteme nyní souřadnicové rozdíly bodu P_4 vzhledem k bodům P_1 a P_2 .

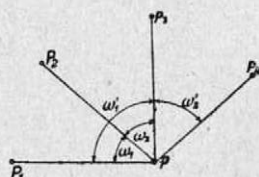
$$\begin{aligned} dy_{14} &= d_{14} \sin S_{14}; & dx_{14} &= d_{14} \cos S_{14} \\ dy_{24} &= d_{24} \sin S_{24}; & dx_{24} &= d_{24} \cos S_{24} \\ y_4 &= y_1 \pm dy_{14}; & x_4 &= x_1 \pm dx_{14} \\ y_4 &= y_2 \pm dy_{24}; & x_4 &= x_2 \pm dx_{24} \end{aligned}$$

Opět dostaneme dva páry souřadnic bodu P_4 , které se liší od sebe jenom o malé hodnoty, vzniklé chybou v určení úhlů ω_1 a ω_2 . Z obou hodnot pak vezmeme aritmetický střed, který se pak rovná pravděpodobným souřadnicím bodu P_4 .

Máme-li zaměřeno několik bodů o známých souřadnicích, alespoň čtyři, provedeme pro kontrolu výpočet ještě jednou podle jiné kombinace bodů, a to tak, aby se velikost úhlů ω_1 a ω_2 změnila. Počet kombinací $p = n - 2$, kde n je počet zaměřených směrů. Máme-li zaměřeny směry

na body $P_1, P_2, P_3 \dots P_4$, tedy čtyři směry, bude počet kombinací $4 - 2 = 2$, poněvadž můžeme z naměřených n směrů určit $n - 1$ nezávislých úhlů a dva úhly tvoří jednu kombinaci. Jsou to kombinace, jak naznačuje obrázek 3.

Tato úloha se stane neřešitelnou, jsou-li všechny body P_1, P_2, P_3 a určovaný bod P_4 na jedné kružnici, protože pak bod Q je totožný s bodem P_3 . Rovněž úloha se stane nepřesnou, je-li bod P_3 poblíž kružnice, jdoucí body P_1, P_2 a P_4 , poněvadž pak bod Q je blízko bodu P_3 , je tedy malý souřadnicový rozdíl pro výpočet směrníku S_{Q3} , tedy i směrníku S_{Q4} . Při této poloze bodů malá chyba v určení souřadnic bodu Q způsobuje značné přemístění spojnice $P_4 P_3$ u bodu P_4 a tedy i značnou chybu v určení ostatních směrníků. Proto si musí orientační důstojník toho být vědom a k výpočtu volit vhodnou kombinaci bodů, podobně jako při práci na měřickém stole při italské metodě. Volit body P_1 a P_2 co možná blízké a bod P_3 vždy dosti vzdálený.



Obr. 3.

K objasnění postupu výpočtu uvádím tento příklad: Orientační důstojník má určit souřadnice základního bodu, s kterého vidí tři body dané souřadnicemi.

Roštůn	$y = 557\ 930'97$	$x = 1\ 247\ 089'39$	$z = 748'27$
Petrklín	$y = 561\ 117'35$	$x = 1\ 248\ 377'76$	$z = 587'21$
Dlhý kus	$y = 561\ 244'02$	$x = 1\ 244\ 374'58$	$z = 193'07$

Měřené směry:	Roštůn	$0^\circ 00' 00''$	Dělení kruhu na teodolitu setinně.
	Petrklín	$49^\circ 82' 58''$	
	Dlhý kus	$112^\circ 72' 98''$	

Pro výpočet nadmořské výšky základního bodu změřil orientační důstojník vertikální úhly na dva z bližších bodů.

Měření vertikálních úhlů nutno provést ve dvou polohách dalekohledu, a to s kruhem vlevo a s kruhem vpravo.

Roštůn:	kruh vlevo	$105^\circ 59' 12''$	. . . základní poloha.
	kruh vpravo	$94^\circ 41' 10''$	

Dlhý kus:	kruh vlevo	$99^\circ 24' 40''$
	kruh vpravo	$100^\circ 75' 82''$

Výška stroje str. = $1'50$ m.

Výška signálu sig. = $4'44$ m na bodě Roštůn, $8'40$ na bodě Dlhý kus.

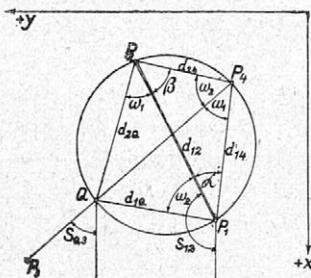
Nejvzdálenější z bodů je Petrklín, tedy je zvolen za bod P_3 .

Výpočet souřadnic y a x rovněž i nadmořské výšky provedu ve formuli, který si mohou orientační důstojníci přizpůsobit svému vkusu.

Poznámka k výpočtu nadmořských výšek.

Nadmořskou výšku, jak je známo z geodesie, počítáme tak, že vypočteme nejprve převýšení z jednotlivých bodů, a to pak se znaménkem připočteme k nadmořským výškám příslušných bodů. Nadmořské výšky určovaného bodu, zjištěné z těchto bodů, se budou od sebe lišit o malé hodnoty,

Výpočet souřadnic Collinovým bodem



Jména bodů

P ₁	Roštůn
P ₂	Dlhý kus
P ₃	Petrklín
P ₄	Z. B.

Měřené úhly

	0	'	''
ω_1	49	82	58
ω_2	62	90	40
$\omega_1 + \omega_2$	112	72	98

log sin	
ω_1	9.848291
ω_2	9.921676
$\omega_1 + \omega_2$	9.991260

Bod	y	x	log dy	3.520226	lg sin S'	9.888456
P ₂	561244.02	1244374.58	— lg dx	3.433740	lg cos S'	9.801962
— P ₁	557930.97	1247089.39	lg tgS'	10.086486	lg d ₁₂	3.631770
dy	+ 3313.05	dx—2714.81	S'	56° 29' 76"	S ₁₂	143° 70' 24"
lg d ₁₂	3.631770	lg d ₁₂	3.631770	—ω ₂	62	90 40
+ lg sin ω ₁	9.848291	+ lg sin ω ₂	9.921676	S ₁₀	80	79 84
E	3.480061	E	3.553446	S ₂₁	343	70 24
—lg sin (ω ₁ +ω ₂)	9.991260	—lg sin (ω ₁ +ω ₂)	9.991260	+ ω ₁	49	82 58
lg d ₁₀	3.488801	lg d ₂₀	3.562186	S ₂₀	393	52 82
lg dy ₁₀	+ 3.468738	lg dy ₂₀	— 2.568585	S ₀₃	36	84 97
+ lg sin S ₁₀	9.979937	+ lg sin S ₂₀	9.006399	— ω ₁	49	82 58
lg d ₁₀	3.488801	lg d ₂₀	3.562186	S ₄₁	387	02 39
+ lg cos S ₁₀	9.472855	+ lg cos S ₂₀	9.997750	S ₁₄	187	02 39
lg dx ₁₀	+ 2.961656	lg dx ₂₀	+ 3.559936	S ₀₃	36	84 97
y ₁	557930.97	y ₂	561244.02	+ ω ₂	62	90 40
± dy ₁₀	+ 2942.65	± dy ₂₀	— 370.33	S ₄₂	99	75 37
y ₀	560873.62	y ₀	570873.69	S ₂₄	299	75 37
x ₁	1247089.39	x ₂	1244374.58	S ₁₄	187	02 39
± dx ₁₀	+ 915.49	± dx ₂₀	+ 3630.22	— S ₁₂	143	70 24
x ₀	1248004.88	x ₀	1248004.80	α	43	32 15
	y	x	lg dy	2.386860	S ₂₁	343 70 24
P ₃	561117.35	1248377.76	— lg dx	2.571614	— S ₂₄	299 75 37
Q	560873.65	1248004.84	lg tgS'	9.815246	β	43 94 87
dy	+ 243.70	dx+372.92	S'	36° 84' 97"	S ₀₃	36 84 97
lg d ₁₂	3.631770	lg d ₁₂	3.631770	lg dy ₁₄	+ 2.750769	
+ lg sin β	9.804008	+ lg sin α	9.798772	+ lg sin S ₁₄	9.306251	
E	3.435778	E	4.430542	lg d ₁₄	3.444518	
—lg sin (ω ₁ +ω ₂)	9.991260	—lg sin (ω ₁ +ω ₂)	9.991260	+ lg cos S ₁₄	9.990914	
lg d ₁₄	3.444518	lg d ₂₄	3.439282	lg dx ₁₄	— 3.435432	
y ₁	557930.97	y ₂	561244.02	lg dy ₂₄	— 3.439282	
± dy ₁₄	+ 563.33	± dy ₂₄	— 2749.70	+ lg sin S ₂₄	10.000000	
y ₄	558494.30	y ₄	558494.32	lg d ₂₄	3.439282	
x ₁	1247089.39	x ₂	1244374.58	+ lg cos S ₂₄	7.587500	
± dx ₁₄	— 2715.39	± dx ₂₄	+ 10.64	lg dx ₂₄	+ 1.026782	
x ₄	1244364.00	x ₄	1244363.94			
Z. B. y	558494.31	Z. B. x	1244363.97	Vypočetl:		

Výpočet nadmořských výšek.

$$\text{Převýšení } dz = d \operatorname{tg} s + \frac{1-k}{2r} d^2 + h - h'$$

$$d \operatorname{tg} s = a, \quad \frac{1-k}{2r} = b, \quad h - h' = c$$

Bod	Bod daný	Výška v m		S_1			$lg\ d$	a	Z
		str	sig	S_2					
				$S = S_2 - S_1$					
				$S_1 + S_2$					
	$\frac{S_1 + S_2}{2}$								
	$d = \dots\dots m$	h	h'	i			$lg\ a$	c	z
Z. B.	Roštůn	1.50	4.44	105°	59'	12''	3.444518	—493.83	748.27
				94	41	10			
				—11	18	02	+ 9.249060	+ 0.53	—496.24
				200	00	22	— 2.693578	— 2.94	252.03
				100	00	11			
	$d = 2783\ m$					+		11	
Z. B.	Dlhý kus	1.50	8.40	99	24	40	3.439282	+ 65.41	193.07
				100	75	82			
				+ 1	51	42	+ 8.376385	+ 0.52	+ 59.03
				200	00	28	+ 1.815667	— 6.90	252.10
				100	00	14			
	$d = 2750\ m$					+		14	

Tabulka oprav zdánlivé úrovně

$$\frac{1-k}{2r} d^2$$

d	000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
0 m	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05
1000	0.07	0.08	0.10	0.12	0.13	0.15	0.18	0.20	0.22	0.25
2000	0.27	0.30	0.33	0.36	0.39	0.43	0.46	0.50	0.53	0.57
3000	0.61	0.66	0.70	0.74	0.79	0.84	0.88	0.93	0.98	1.04
4000	1.09	1.15	1.20	1.26	1.32	1.38	1.44	1.51	1.57	1.64
5000	1.70	1.77	1.84	1.91	1.99	2.06	2.14	2.21	2.29	2.37
6000	2.45	2.54	2.62	2.71	2.79	2.88	2.97	3.06	3.15	3.25

způsobené nepřesným zjištěním vertikálního úhlu a změnou refrakčního koeficientu.

Převýšení počítáme podle vzorce:

$$dz = d \operatorname{tg} s + \frac{1-k}{2r} d^2 + h - h'.$$

Výraz $\frac{1-k}{2r}$ je t. zv. oprava zdánlivé úrovně a má znaménko vždy kladné. Abychom nebyli nuceni stále počítat tento člen, uvedu na konci tabulku, z které se vyhodnotí. Hodnoty tohoto členu jsou udány v metrech ihned pro druhé mocniny dálek a jsou udány po 100 m pro dálky d .

Ve vzorci h značí výšku stroje na stanovišti, h' značí výšku signálu na bodě, na který zaměřujeme.

Kapitán techn. zbroj. Ing. Bohuslav Beneš:

Zobrazování dráhy letu dělových střel.

Je známo, že pokusy o znázornění vzdušné dráhy dělové střely nejenom matematickým vzorcem, ale též křivkou skutečnému průběhu co nejvíce odpovídající je mnoho více méně přesných. Křivka znázorňující dráhu střely, má-li mít praktickou cenu (t. j. aby z ní bylo možno odvodit některé jednoduché a často používané matematické vztahy), musí mít tuto zásadní vlastnost: k jejímu sestrojení (vypočtení nebo nakreslení), na rozdíl od skutečné balistické křivky, musí být použito jen známých veličin, t. j. úhlu dostřelu a doletu, dálky střelby, doby letu a počáteční rychlosti (nalezneme je v tabulkách střelby).

Je najevo, že co do jednoduchosti by vyhovovala nejlépe parabola, která je znázorněním dráhy střely ve vzduchoprázdnotě, jež se však značně liší od skutečné dráhy střely ve vzduchu, t. j. od balistické křivky (vyjímajíc při velmi malých počátečních rychlostech a při velkém zatížení příčného průřezu střely).

Jedním z četných pokusů o rychlé a přibližné grafické sestrojení dráhy střely ve vzduchu je následující řešení, které, i když není nové, je do té míry zajímavé, že není na škodu se o něm zmínit podrobněji (mjr. ing. Schmidt je uvádí v časopise „Wehrtechnische Monatshefte“, č. 4—38, velmi obsírně):

Předpokládejme, že můžeme použít rovnice, vyjadřující výšku vrcholu na dráze střely ve vzduchoprázdnotě, jakožto velmi přibližného řešení i pro skutečné poměry, ve vzduchu:

$$Y_v = \frac{gT^2}{8}, \text{ kde } Y_v \text{ je výška vrcholu (pořadnice v pravoúhlém systému}$$

souřadnicovém).

Je zřejmé, že křivkou skutečným poměrům nejlépe odpovídající je parabola, určená počátkem, úhlem výstřelu, výškou vrcholu a dálkou střelby (t. j. v našem případě počátkem, bodem dopadu střely a dvěma tečnami, v počátku a ve vrcholu). Osa této paraboly však není svislá, kolmá k vodorovné rovině ústí hlavně, jako při theoretické střelbě ve vzduchoprázdnotě (předpokládáme, že ústí hlavně a cíl jsou ve vodorovné rovině).