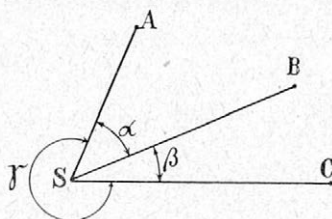


Kapitán děl. Ota Dvořák:

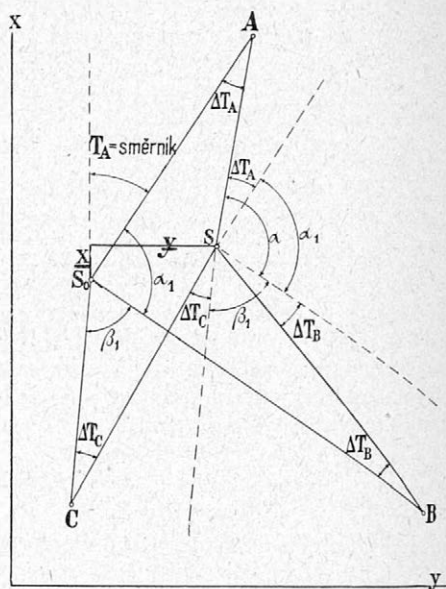
Polská metoda zpětného protínání.

Kpt. Leon Horodyjski uveřejňuje v „Przeglądu artyleryjskim“ (leden 1937) novou metodu zpětného protínání podle polského autora Leopolda Grzyba. Protože se mi zdá tato metoda velmi výhodná pro její jednoduchost, předkládám ji našim orientačním důstojníkům k posouzení a k eventuálnímu použití. Pokusím se ji vysvětlit na příkladu, kterého použil kpt. Horodyjski.

Známy jsou souřadnice bodů A, B, C ($x_A, x_B, x_C, y_A, y_B, y_C$) (viz obr. 1). α, β, γ jsou úhly měřené se stanoviště S , jehož souřadnice x_s a y_s chceme zjistit. x_0 a y_0 jsou přibližné souřadnice stanoviště, odpovídající bodu S_0 (viz obr. 2), získané při grafickém řešení zpětného protínání.



Obr. 1.



Obr. 2.

Řešení záleží v zjištění hodnot x a y (obráz. 2), o které se přibližné souřadnice (x_0 a y_0) liší od souřadnic skutečných (x_s a y_s) a v připočtení těchto hodnot k souřadnicím přibližným, získaným grafickým řešením. Postup výpočtů je zřejmý z přílohy 1.

V sloupcích 1—6 vypočítáme přibližné směrníky T a délky D úseček S_0A, S_0B, S_0C na základě souřadnic x_0 a y_0 . Při tom nutno dbát užitého systému souřadnicového (viz poznámku v příloze 1).

V sloupcích 7—9 počítáme koeficienty a, b , které odpovídají rozdílu ΔT mezi směrníky přibližnými a skutečnými. Hodnoty a, b počítáme pro každý směr S_0A, S_0B, S_0C ($a_1, b_1; a_2, b_2; a_3, b_3$) s pomocí vzorců:

$$a = \frac{R^I \cdot \sin T}{D}, \quad b = - \frac{R^I \cdot \cos T}{D},$$

při čemž R^I je převodní číslo tangenty úhlu na dílce (1018'6).

Pro každý směr je rozdíl ΔT mezi směrníkem přibližným a skutečným vyjádřen pak vzorcem:

$$\Delta T = ax + by.$$

V spodní části početního listu pod sloupci 1—9 vypočítáme rozdíly $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$, mezi úhly změřenými α , β , γ (na stanovišti S) a úhly α_1 , β_1 , γ_1 vypočítanými na základě směrniců směrů $S_0 A$ a $S_0 B$, $S_0 B$ a $S_0 C$, $S_0 C$ a $S_0 A$:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \overline{S_0 B} - \overline{S_0 A} & \Delta \alpha &= \alpha - \alpha_1 \\ \beta_1 &= \overline{S_0 C} - \overline{S_0 B} & \Delta \beta &= \beta - \beta_1 \\ \gamma_1 &= 6400 - (\alpha_1 + \beta_1) & \Delta \gamma &= \gamma - \gamma_1\end{aligned}$$

Do sloupce 10 píšeme rovnice:

$$\begin{aligned}\text{I} & (a_2 - a_1) x + (b_2 - b_1) y = \Delta \alpha, \\ \text{II} & (a_3 - a_2) x + (b_3 - b_2) y = \Delta \beta,\end{aligned}$$

jichž řešením dostaneme hledané hodnoty x , y .

Podle příkladu je:

$$\begin{aligned}\text{I} & -0,0638 x + 0,2591 y = +1,7, \\ \text{II} & -0,2159 x + 0,1729 y = -0,3.\end{aligned}$$

Dělíme-li rovnici I číslem $-0,0638$ a rovnici II číslem $+0,2159$, dostaneme:

$$\begin{aligned}\text{I} & x - 4,06 y = -26,65, \\ \text{II} & -x + 0,81 y = -1,39.\end{aligned}$$

Sečtením obou rovnic vyloučíme x a dostaneme:

$$-3,25 y = -28,04, \text{ z čehož } y = +8,63 \text{ m.}$$

Dosadíme-li do rovnice I hodnotu y , dostaneme:

$$x = (4,06 \times 8,6) - 26,65 = +8,39 \text{ m.}$$

Proto pak

$$\begin{aligned}x_s &= 431275 + 8,4 = 431.283,4, \\ x_s &= 816670 + 8,6 = 816.678,5.\end{aligned}$$

Přezkoušení výsledku provedeme s pomocí vztahu

$$\Delta \gamma = -(\Delta \alpha + \Delta \beta):$$

Sečteme-li levé strany rovnic I a II po dosazení hodnot x a y , dostaneme hodnoty, odpovídající $\Delta \alpha + \Delta \beta$:

$$\begin{array}{rcl} -0,0638 x & + & 0,2591 y \\ -0,2159 x & + & 0,1729 y \\ \hline -0,2797 \times 8,39 + 0,4320 \times 8,63 & = & -2,35 + 3,73; \end{array}$$

$$\text{tedy } \Delta \gamma = +2,35 - 3,73 = -1,38^{\circ}$$

Poněvadž hodnota souhlasí s hodnotou $-(\Delta \alpha + \Delta \beta) = -1,4^{\circ}$, je výsledek správný.

Přesnost konečného výsledku závisí na velikosti x , y a na vzdálenosti bodů, od kterých vycházíme.

Pro výpočet největší možné chyby použijeme vzorce:

$$ch_x = ch_y = \frac{\Delta^2}{D}$$

v kterém Δ znamená největší z hodnot x nebo y , a D nejmenší vzdálenost k výchozím bodům A , B nebo C .

V příkladě jsme dostali Δ okrouhle 10 m a nejmenší vzdálenost 3000 m. Proto chyba v stanovení souřadnic stanoviště S nemá být větší než

$$\frac{100}{3000} = 0,04 \text{ m.}$$

Důkazy použitých vzorců autor neuvedl.

Dr. Semerád používá při výpočtu zpětného protínání podle směru vzorce

$$\sigma - (\sigma) = a \cdot dx + b \cdot dy,$$

při čemž je σ přesný směrnik, (σ) směrnik přibližný, dx rozdíl souřadnic x přesného a přibližného bodu, dy rozdíl souřadnic y přesného a přibližného bodu.

Tudíž

$$\sigma - (\sigma) = \Delta T_A, \quad dx = x, \quad dy = y$$

a naše rovnice zní:

$$\Delta T_A = a x + b y.$$

(Dr. Semerád: Příručka praktické geometrie str. 261 — Knihovna spisů matematických a fyzikálních, svazek 5.)

Kpt. děl. Chyška na moje požádání pokusil se uvedené vzorce dokázat.

Výpočet ΔT_A (viz obr. 3):

$$\Delta T_A = a x + b y; \quad \operatorname{tg} \Delta T_A = \frac{k}{D};$$

za předpokladu, že úhel P je pravý (při malé hodnotě ΔT_A asi 1 dc lze to přijmout) platí:

$$k = -y \cdot \cos T + x \sin T$$

(v daném konvenčním systému souřadnicovém), takže

$$\operatorname{tg} \Delta T_A = \frac{x \sin T - y \cos T}{D} = \frac{\sin T}{D} \cdot x - \frac{\cos T}{D} \cdot y$$

V dílcích pak vypočteme ΔT_A , násobíme-li celou pravou stranou rovnice redukčním koeficientem R^1 ($= 1018.6$), takže

$$\Delta T_A \text{ (v dílcích)} = \frac{R^1 \cdot \sin T}{D} \cdot x - \frac{R^1 \cdot \cos T}{D} \cdot y;$$

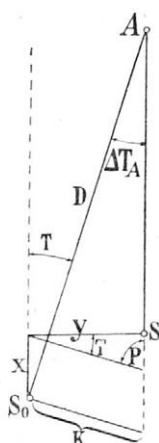
koeficienty při x , y jsou hledané hodnoty a , b ; to platí pak stejně pro další body B , C .

Není nutno dokázat, že na př. $\Delta a = a - a_1 = \Delta T_B + \Delta T_A$, neboť je to vidět přímo z obr. 2, uvážíme-li, že ΔT_B , ΔT_A mají opačné znaménko.

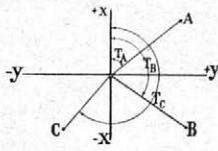
Stejně je tomu s $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$.

Výše uvedená metoda početní má mnoho předností:

1. Jednoduchost výpočtů, při použití stejných logaritmů.
2. Rychlost, neboť každý směr může počítat jeden počtář až do sloupce 9.
3. Lze použít graficky zjištěné souřadnice bodu S_0 hned po vyhodnocení pro střelbu a po vypočtení lze použít přesných souřadnic bodu S .



Obr. 3.

Směry	x_A, b, c — x_o	y_A, c, b — y_o	$\log \Delta y$ $\log \Delta x$	$\log \Delta y$ $\log \sin t$	$\log \Delta x$ $\log \cos t$	Koeficienty směrové			Náčrt	
	Δx	Δy	$\log \lg t$	$\log D$	$\log D$	$\log R^I$ + $\log \sin t$ + $\log \cos t$	$\log R^I$ + $\log \sin t$ + $\log \cos t$	a (se znaménkem jako $\Delta y_A, b, c$) b (se znaménkem obráceným jako $\Delta x_A, b, c$)		
			t	T (směrník)	střední $\log D$	$\log a$ (v km)	$\log b$ (v km)			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
S. A	432.989,4	820.535	3,58715	3,58715	3,23411	3,00800	3,00800	$a_1 =$	Rozdíly koeficientů $a_2 - a_1 = -0,0638$ $a_3 - a_2 = -0,2159$ $b_2 - b_1 = +0,2591$ $b_3 - b_2 = +0,1729$	
	431.275	816.670	3,23411	9,96101	9,60790	9,96101	9,60790	+ 0,2202,		
	+1.714,4	+3.865	10,35304	3,62614	3,62621	6,37383	6,37383	$b_1 =$		
			1174,3 ^I 1174,8 ^I	3,62617	9,34284	8,98973	— 0,0976			
S. B	428.020,9	819.824,2	3,49889	3,49889	3,51243	3,00800	3,00800	$a_2 =$	Opravy x a y I $(a_2 - a_1)x + (b_2 - b_1)y = \Delta a$ II $(a_3 - a_2)x + (b_3 - b_2)y = \Delta \beta$ — 0,0638 x + 0,2591 y = + 1,7 — 0,2159 x + 0,1729 y = — 0,3	
	431.275	816.670	3,51243	9,84259	9,85615	9,84259	9,85615	+ 0,1564,		
	—3.254,1	+3.154,2	9,98646	3,65630	3,65623	6,34371	6,34371	$b_2 =$		
			784,1 ^I 2415,9 ^I	3,65629	9,19430	9,20786	+ 0,1614			
S. C	428.321,6	816.144,1	2,72090	3,47032	3,47032	3,00800	3,00800	$a_3 =$	$x - 4,06 y = -26,65$ $-x + 0,81 y = -1,39$ $-3,25 y = -28,04$ $y = + 8,63$ $x = (4,06 \times 8,63) - 26,65$ $x = 8,39$	
	431.275	816.670	3,47032	9,24381	9,99322	9,24381	9,99322	— 0,0595,		
	—2.953,4	— 525,9	9,25058	3,47709	3,47710	6,52291	6,52291	$b_3 =$		
			179,5 3379,5	3,47709	8,77372	9,52413	+ 0,3343			
Výpočet úhlů a jich rozdílů										Souřadnice x_s a y_s
$\alpha = 1242,8 - 0 = 1242,8$			$\beta = 2206,1 - 1242,8 = 963,3$			$\gamma = 6400 - (\alpha + \beta) = 4193,9$			$x_o = 431.275$	$y_o = 816.670$
$\alpha_1 = 2415,9 - 1174,8 = 1241,1$			$\beta_1 = 3379,5 - 2415,9 = 963,6$			$\gamma_1 = 6400 - (\alpha_1 + \beta_1) = 4195,3$			$x = + 8,4$	$y = + 8,6$
$\Delta \alpha = + 1,7$			$\Delta \beta = - 0,2$			$\Delta \gamma = - (\alpha + \beta) = - 1,4$			$x_s = 431.283,4$	$y_s = 816.678,6$

Poznámka: Polský souřadnicový systém má + x nahoru, + y vpravo, tedy právě v opačných směrech našeho systému; směrník T od severu kilometrové sítě ve směru pohybu hodinových ručiček.