

LETECKÉ ROZHLEDY

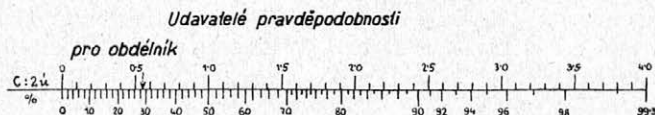
Redaktor: Podplukovník let. Vilém Stanovský.

Major pěch. Ing. Jan Valníček:

K výpočtům pravděpodobnosti zásahu při leteckém bombardování.

Je skoro s podivem, že se tak pozdě objevují v našem odborném tisku úvahy o kvantitativním hodnocení očekávaných výsledků leteckého bombardování pozemních cílů; bude vždy velkou zásluhou p. pplk. pol. pil. let. V. Květoně, že svými pracemi, uveřejňovanými ve Voj. rozhledech 1933, čís. 5 a 7—8, otevřel novou cestu v přípravě letců bombometníků.

Uvážíme-li, co stojí letecká puma a co stojí nálet leteckých jednotek bombardovacích, doprovázených letadly stíhacími, k tomu pak co stojí celá ohromná aparatura, obsluhující bombardovací letectvo, vidíme ihned, jak nesmírně důležité jsou úvahy kvantitativního směru o bombardování jednotlivých cílů. Jediné pěstováním těchto úvah v dobách mírových si vytvoří bombometník správnou intuici, která jej bezpečně povede ve válce, kdy na výpočty nebude kdy. Myslím, že úvahy o pravděpodobnosti zásahu za všech možných okolností a podmínek a stále zpytování pravděpodobných úchylek by měly být denním chlebem našich letců bombometníků, neboť nikde jinde v armádním životě nemají tak důležitý význam jako právě zde.



Obr. 1.

Měl jsem při své úřední činnosti příležitost sledovat výsledky mnoha střelb a zpracovávat desítky tisíců zásahů za nejprísnější aplikace Gaussova zákona chyb a mohu dnes říci, že jsem nabyl úplné důvěry v aplikaci řečeného zákona, jímž se řídí i rozptyl leteckých pum. Tím pozbývají úvahy o kvantitativním hodnocení výsledků bombardování příchuti vysoké a zbytečné teorie, za kterou by mohly býti od nezasvěcenců někdy považovány a nabývají formy praktické aplikace v její nejčistší formě, neboť se zakládají výhradně na počtu pravděpodobnosti a posteriori, tedy na výsledcích praktického bombardování.

Protože jsem měl příležitost pracovat velmi mnoho v těchto aplikacích, dovolil bych si — bona fide — poukázat na několik praktik, jichž uplatnění ve způsobech výpočtů by mohlo letcům jen prospět.

P. pplk. Květoň aplikuje francouzský způsob výpočtu, zejména při určování nutného počtu pum. Ztrávil jsem rok na vysoké škole technického oboru v Paříži a proto znám trochu francouzské způsoby počítání. Je v nich mnoho důvtipu, elegance ducha a filosofie; naší mentalitě jsou však přístupnější metody více praktické. Pro výpočet spotřeby pum mohou tedy letci aplikovat staré a spolehlivé metody, jichž užívá pěchota a dělostřelci, neboť, jak tvrdí p. pplk. Květoň, bylo dokázáno, že rozptyl dopadů pum se řídí zákony rozptylu.

Bude tedy výhodné počítat pravděpodobnost zásahu pomocí t. zv. udavatelů pravděpodobnosti. Jsou uvedeny v každých tabulkách střelby nebo v Gebauerově matematice II. díl, str. 297. Pro praktickou potřebu je velmi vhodné jejich nomografické vyjádření dvojstupnicí, na níž lze ihned interpolovat s přesností, daleko přesahující praktickou přesnost výpočtu. Uvádím zde tuto dvojstupnici (obr. 1); je vzata z mé knížky „Pomocné tabulky a nomogramy k řešení střeleckých úloh a hodnocení palby pěchotních zbraní s 55 příklady“, která právě vyšla jakožto pomůcka pro Voj. akademii. Ač letci jistě znají užití těchto udavatelů, uvádím k osvětlení paměti příklad užití, a to na témž příkladě, který uvádí p. pplk. Květoň ve Voj. rozhledech 1933, str. 573.

V něm byla uvedena $u_s = 70$ m, šířka cíle $C = 77$ m. Pak udavatel pravděpodobnosti

$$\frac{C}{2 u_s} = \frac{77}{140} = 0.55.$$

Na dvojstupnici (obr. 1) odpovídá tomuto udavateli pravděpodobnosti očekávané procento zásahů $P_s = 29.5\%$ (čtení označeno šipkou).

Podobně pro pravděpodobnost v dohozu P_d dostaneme:

$$\frac{C}{2 u_d} = \frac{480}{160} = 3.00, \text{ čemuž odpovídá na dvojstupnici } P_d = 95.8\%,$$

takže celková pravděpodobnost zásahu jednou pumou bude:

$$P_t = \frac{P_d \cdot P_s}{100} = \frac{29.5 \cdot 95.8}{100} = 28.3\% \text{ místo v citované práci uvede-}$$

ných 26%. Rozdíl 2.3% vyplývá z toho, že p. pplk. Květoň provádí výpočet — ve skutečnosti integraci plochy Gaussovy křivky, jako by se tato plocha skládala z obdélníků, kdežto výpočet pomocí udavatelů pravděpodobnosti respektuje více tvar křivky a je proto přes praktickou jednoduchost mnohem přesnější. V uvedeném případě není rozdíl ani tak veliký, ale mohl by nabýt hodnoty mnohem větší při výpočtu pravděpodobnosti zásahu cílů o takových šířkách, kde Gaussova křivka, vyjadřující příslušný rozptyl, má velké zakřivení. Přibližný způsob má však na druhé straně tu výhodu, že nepotřebujeme žádných tabulek, zapamatujeme-li si pravděpodobnosti 8 pásů rozptylu.

Co se týče výpočtu spotřeby střeliva, uvádí p. pplk. Květoň obvyklou u Francouzů exponenciální rovnici doplňkové pravděpodobnosti. Tato rovnice je sice teoreticky jediné správná, ale má nepříjemný důsledek, který může zavinit, že výsledky budou — v praxi uvažováno — i nesmyslné, jak uvidíme z příkladu.

Je-li P = doplňková pravděpodobnost $= 1 - P_t$ a π = pravděpodobnost konečná při bombardování n pumami, kterou budeme nazývat koeficientem jistoty, dostáváme rovnici

$$1 - P^n = \pi \dots \dots \dots 1$$

Chceme-li, aby $\pi = 1$, t. j. abychom zasáhli cíl se 100% jistotou (t. j. s jistotou matematickou), dostaneme:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - P^n = 1 \dots \dots \dots 2$$

$$\pi = 1$$

neboli slovy: abychom měli matematickou jistotu zásahu, musili bychom shodit nekonečný počet pum. Důkaz:

1 — $P^n = 1$; pak máme $P^n = 0$ 3

logaritmuje-li rovnici 3, dostaneme:

$$n \log P = \log 0 = -\infty, \text{ z toho } n = -\frac{\infty}{\log P} = -\infty.$$

(Proto též nemůže být pravděpodobnost zásahu v dohodu do pásu ABCD = 100%, jak je uvedeno v citované práci na str. 575.)

A nyní si představme, že letoun bombarduje z malé výše celé město velikosti na př. Velké Prahy, t. j. asi 25 km². Podle rovnice 2, která zde platí v neztenčené míře, byla by matematická jistota zásahu teprve při nekonečném počtu náletů. To je přece nesmyslné a neodpovídá to praksi, ač je to v teorii počtu pravděpodobnosti a posteriori úplně správné. Proto v praksi postupujeme poněkud jinak. Spokojujeme se morální jistotou, t. j. pravděpodobností konečnou, neboli jak ji výše nazývám, koeficientem jistoty ne 100%, nýbrž blížíci se této hodnotě. Tím se teoretické řešení blíží více praksi. Protože tu však jde o funkci exponenciální, tedy s rostoucím koeficientem jistoty π roste počet ran n velmi rychle a nabývá hodnoty vyjádřené rovnicí 2.

Vypočetl jsem několik hodnot, které nám blíže osvětlí průběh závislosti dané rovnicí 1, a to pro konstantní $P_i = 10\% = 0.1$ (tedy pro $P = 0.9$):

koeficient jistoty v %	10	20	30	40	50	60	70	80	90
počet ran n	1	2,07	3,38	4,84	6,56	8,68	11,4	15,2	21,8
		95	97	98	99	100			
		28,4	32,7	37,1	43,6	∞			

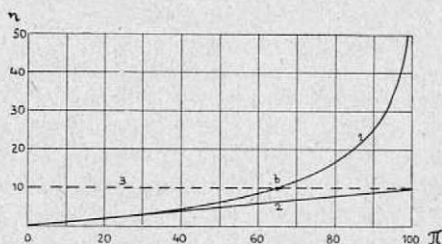
Tato tabulka je velmi poučná. Říká nám, že máme-li pravděpodobnost zásahu jednou pumou 10% a chceme-li zasáhnouti cíl s jistotou 10%, postačí 1 puma, pro jistotu 20% dvě pumy, ale pro jistotu 50% ne 5, nýbrž 6 pum, pro jistotu 90% už 22 pum a pro matematickou jistotu zásahu musíme shodit teoreticky nekonečný počet pum. Na první pohled vidíme, že počet pum vychází pro větší koeficienty jistoty příliš veliký, i když se spokojíme jen malou morální jistotou zásahu. Je třeba učinit rozumný kompromis mezi teorií a praxí. U pěchoty se v praksi ujal ten způsob, že prostě počítáme s inverzní hodnotou pravděpodobnosti zásahu jednou ranou, čímž ihned dostaneme bez zdlouhavého logaritmování příslušný počet ran pro morální jistotu zásahu. Tato praxe se nám osvědčila velmi dobře při zpracování obtížných problémů s aplikacemi počtu pravděpodobnosti a posteriori.

Tak na př. jestliže jsme vypočetli pravděpodobnost zásahu $P_i = 10\% = 0.1$, vypočteme počet nutných ran (pum) prostě jako inverzní hodnotu, tedy

$$n = \frac{1}{P_i} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ ran} \dots\dots\dots 4$$

Z naší tabulky funkce $n = f(\pi, P)$ vidíme, že teoreticky máme asi 65% koeficient jistoty zásahu, ale praxe ukazuje, že toto procento bývá

mnohem vyšší. Myslím, že by i naši letci mohli pro běžnou praxi docela dobře přijmout tento způsob výpočtu, čímž by se tento výpočet znamenitě zjednodušil.



Obr. 2.

Pro větší názornost jsem narýsoval obr. 2, na němž je vyjádřena graficky rovnice 1 pro $P = 10\%$ křivkou 1, dále rovnice 4, při čemž je v čitateli místo jednotky dosazována hodnota $\pi =$ přímka 2, a konečné řešení pomocí rovnice 4 s jedničkou v čitateli = přímka 3. Bod b nám udává hodnotu π , přijmeme-li řešení podle rovnice 4. Z grafikonu vidíme též ihned rozdíl mezi řešením rovnicí 1 a rovnicí 4 a můžeme též čísti opravné koeficienty, chceme-li počítat pomocí jednoduché rovnice 4, ale s přesností rovnice 1. Na př. si přejeme $\pi = 90\%$. Z grafikonu vidíme, že n při řešení rovnicí 1 je 22, kdežto při řešení rovnicí 4 toliko 10. Opravný koeficient $= 22 : 10 = 2,2$, jímž stačí násobit hodnotu n vypočtenou pomocí jednoduchého vzorce 4, abychom ihned a bez logaritmování dostali přesné n podle rovnice 1. Nelze však zapomenout na to, že tyto koeficienty budou pro každé P poněkud jiné, takže nakonec bude výhodnější pro delikátní případy, v kterých by šlo o zjištění pravděpodobného počtu ran (pum) co nej přesnější, používat exponenciální funkce dané rovnicí 1. Pro polní potřebu letců je velmi výhodné nomografické uspořádání této funkce, neboť je dostatečně přesné a celý výpočet záleží v pouhém čtení na nomogramu. Na obr. 3 uvádím takovýto nomogram pro rozsahy: $1 < n < 10$ a na obr. 4. pro rozsah $10 < n < 100$ v systému kartesiánském, který se mně zdá v daném případě nejvýhodnější. Nomogramy jsou vzaty z mé knížky výše citované. Snadno si na nich přezkoušíme výsledky, které vypočetl p. pplk. Květoň i p. mjr. Müller v Let. rozhledech 1935, str. 155. Pro snazší pochopení uvádím tyto příklady:

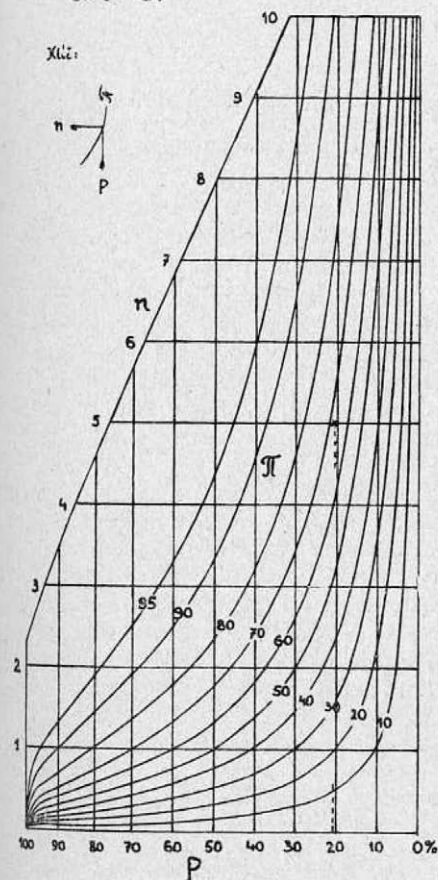
Příklad 1: Pro určité bombardování jsme vypočetli pravděpodobnost zásahu $P = 20,5\%$. Chceme bombardovat s koeficientem jistoty $\pi = 95\%$. Na nomogramu obr. 4 najdeme na stupnici P hodnotu $20,5\%$, jdeme po kolmici (tečkováno), až nám tato kolmice protne křivku (isopletu) $\pi = 95\%$; z tohoto bodu spustíme kolmici na stupnici n (tečkováno) a čteme potřebný počet pum $n = 13$. (Čtenáře nesmí mýlit, že stupnice n je kreslena šikmo; je to jen pro úsporu místa.)

Příklad 2: Viz příklad předchozí: počet nutných pum byl vypočten podle rovnice 4, t. j. $1 : 0,205 = 5$ pum. Jaký máme koeficient jistoty při bombardování těmito pěti pumami? Na nomogramu obr. 3 najdeme na stupnici P hodnotu $P = 20,5\%$ a na stupnici n hodnotu $n = 5$ a vztýčíme kolmice (tečkováno). Průsečík vinterpolujeme mezi isoplety π , kde čteme $\pi = 68\%$, což vyjadřuje hledaný koeficient jistoty.

K hodnotám pravděpodobných úchylek a k způsobu výpočtu, který byl uveden v citovaných číslech Voj. rozhledů, měl bych ještě tyto poznámky:

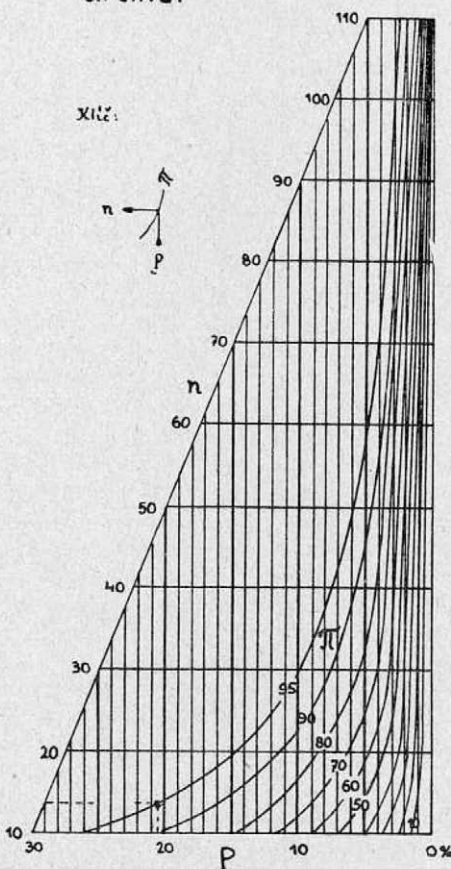
1) Překvapuje, že pravděpodobná úchylka (budu ji označovat u nás obvyklým u_v , pro bombardování pak u_s a u_o) je stejná pro výšky mezi 2500 až 4000 m. Domnívám se, že se tato úchylka zvětšuje s výškou letu, neboť rozptyl musí přece značně záviset na době letu, po kterou mohou působit perturbační vlivy, jako: vliv větru, změna balistického koeficientu pumy, nepřesné určení počáteční rychlosti a výšky atd.

Nomogram teoretické spotřeby
střeliva.



Obr. 3.

Nomogram teoretické spotřeby
střeliva.



Obr. 4.

2) V příkladech, které uvádí p. pplk. Květoň, je počítáno s $u_s = 70$ m. Je tedy zřejmě počítáno s tím, že střední dopad koinciduje s průmětem osy letu, který leží v cíli. Autor však říká na str. 572, že vzdálenost středního dopadu od záměrného bodu nepřesahuje hodnotu u_v . Podle mého názoru je třeba s tímto faktem vždy počítat a proto je třeba zavést jej do výpočtu. Aby se tak mohlo státi, je nutno tuto hodnotu nejprve pokusným bombar-

dováním zjistit, vyhodnotit počtem pravděpodobnosti, který dá příslušnou pravděpodobnou úchylku středního zásahu od záměrného bodu — nazveme ji u_{dr} a u_{sr} — a tu pak zavést do výpočtu. Věc je pak velmi jednoduchá; u_{dr} a u_{sr} se skládá podle hypotenusového zákona s u_d a u_s v konečnou úchylku u_{ds} a u_{ss} , tedy podle rovnice:

$$\begin{aligned} u_{ds} &= \sqrt{u_d^2 + u_{dr}^2} \\ u_{ss} &= \sqrt{u_s^2 + u_{sr}^2} \end{aligned} \dots\dots\dots 5$$

P. pplk. Květoň, bohužel, neuvádí kvantitativní hodnotu u_r , říká jen, že maximální hodnota rozdílu středního dopadu a záměrného bodu nepřesahuje jednu u_r . Připustíme tedy, odhadem, uvědomíme si, že $4u_r =$ maximální chybě, jak tomu bývá u veličin náhodných — že u_r je $0.25u_s$ ve směru i dohozu. Pak by tedy konečně u_{ss} , s níž bychom šli do výpočtu, byla

$$u_{ss} = \sqrt{u_s^2 + 0.25 u_s^2} = \sqrt{1.25 u_s^2} = 1.12 u_s.$$

V příkladě 1 na str. 573 by se tedy změnila pravděpodobnost:

a) ve směru:

$$\frac{C}{2u_{ds}} = \frac{77}{2.1, 12.70} = \frac{77}{157} = 0.49;$$

tomu odpovídá z dvojstupnice na obr. 1. očekávané % zásahů $P_s = 26\%$;

b) v dohozu se nemění skoro nic.

3) Myslím, že by stálo za to, najít pečlivě vykonanými pokusy poměr u_s k u_d , neboť předpokládám, že tento poměr bude pro jednotlivé druhy závěsů a shazovadel vždy konstantní na rozdíl od rozptylu střelných zbraní, kde se tento poměr mění s délkou střelby. Pak by mohly býti výpočty zavedením určitého koeficientu ještě více zjednodušeny. Major Müller v červnovém čísle Voj. rozhledů 1935 se zmiňuje o tomto koeficientu a tvrdí, že je roven jedné, neboli že rozptyl je kruhový.

Je-li tomu tak, bylo by třeba počítat s udavatelí pravděpodobnosti pro kruh, aby byly zaručeny zcela správné početní výsledky. Není účelem této mé práce formovat nové úvahy na základě těchto udavatelů pravděpodobnosti, neboť jde o problém hodně široký, k němuž je třeba mít též zkušenosti bombometníka. Kdo z letců by se chtěl jím zabývat, najde pojednání o těchto výpočtech v mém článku „Výpočet pravděpodobnosti zásahu při kruhovém rozptylu“ v 8. čísle Voj. výchovy, roč. XI a aplikace s dvojstupnicí příslušných udavatelů pravděpodobnosti v mé knížce „Pomocné tabulky a nomogramy“.

Štábní kapitán děl. František Schneider, dipl. ing. E.S.E.:

Kapitoly o dělostřelectvu proti letadlům.

Francouzské dělostřelectvo proti letadlům po válce.

(Pokračování.)

Zvláštní případy střelby ve dne.

Mezi zvláštní případy střelby ve dne řadí nauka:

- a) střelbu na cíle v malých výškách,
- b) střelbu na vzducholodě,
- c) střelbu na pozorovací balon,