

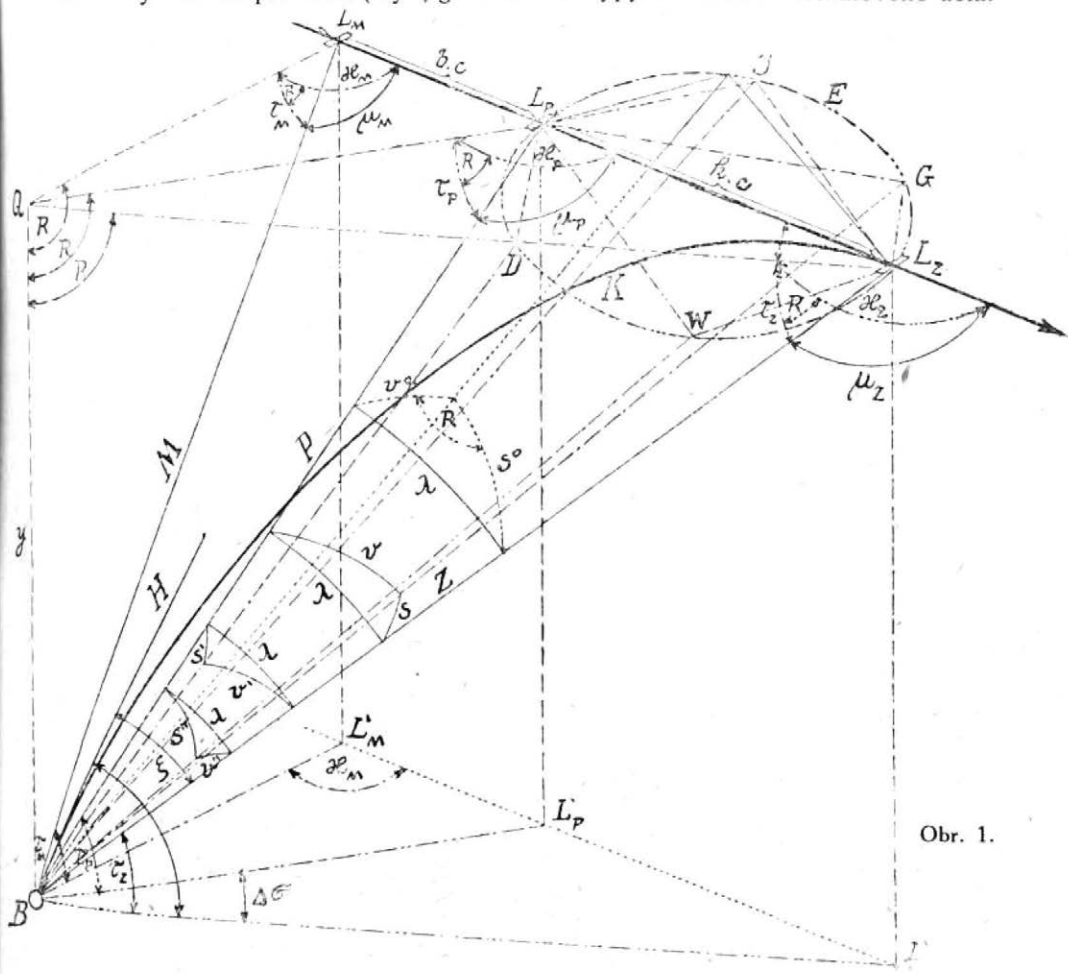
Teorie střelby na letadla.

A. Střelba direktní.

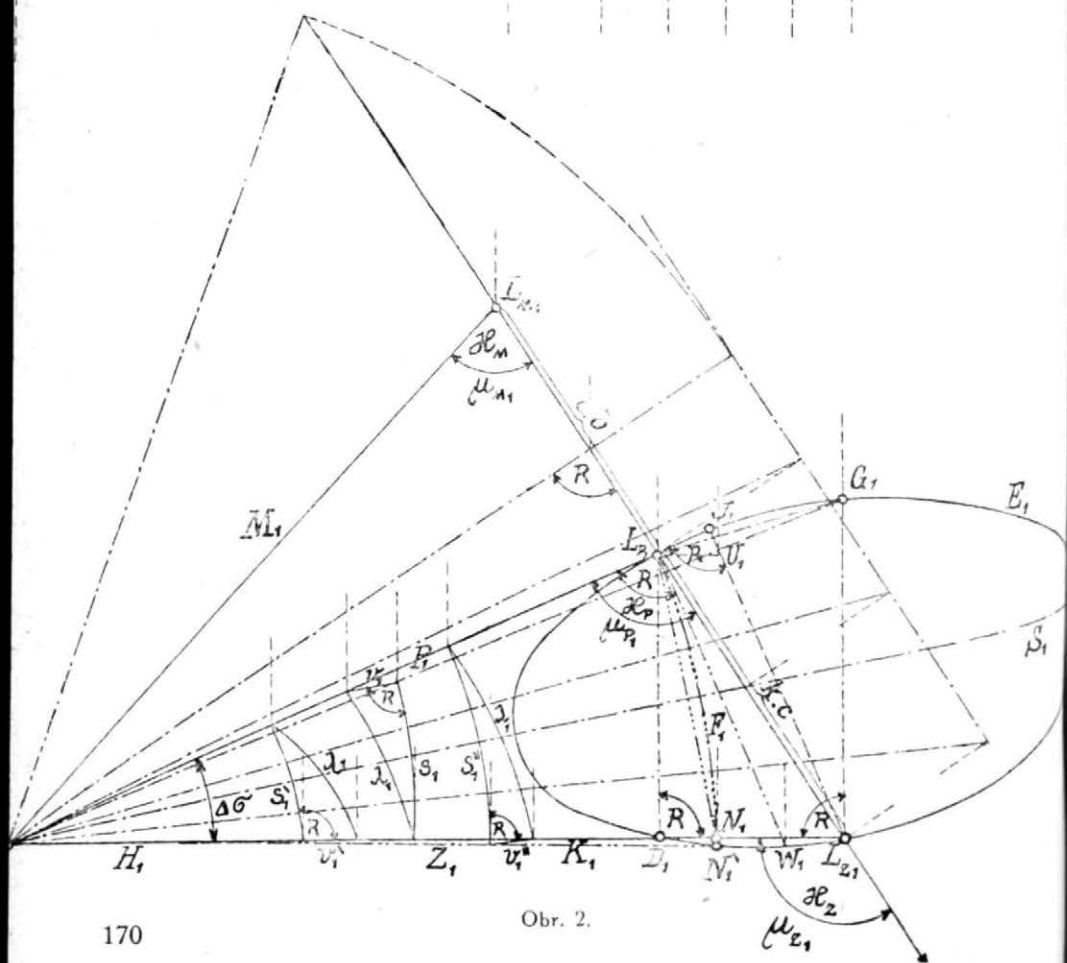
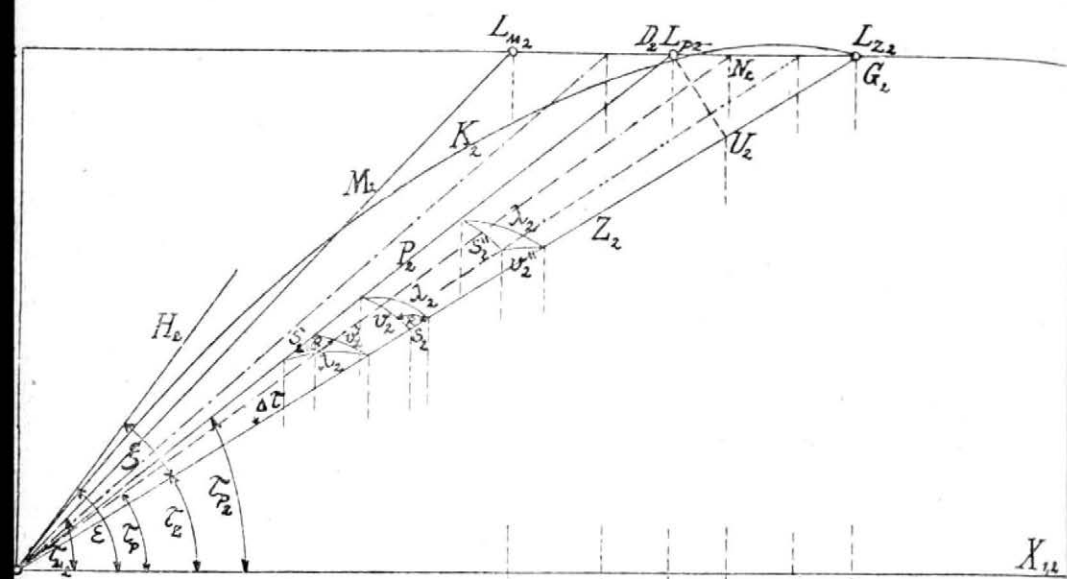
Všeobecné geometrické řešení úkolu:

„Zasáhnouti pohyblivý cíl ve vzduchu, letící konstantní rychlostí ve vodorovné přímce, střelou vrženou z pevného bodu na zemi“ pro děla přímo zaměřovaná.

Nejkratší matematické řešení vzdálenosti bodu zásahu a nadběhů stranového a výškového pro dané (čtyři) geometrické typy zaměřovače letadlového děla.



Obr. 1.



I. Letadlo letí rychlostí c po horizontální přímce $\overline{LM LZ}$ vzdálené o výšku y nad úrovní baterie B , jež na letadlo střílí. $\overline{BQ} \equiv y$ jest vertikální přímka v bodě B .

Každá rovina jdoucí vertikální přímkou jest tedy též vertikální (svislou). Roviny $BQLM L'M$, $BQLP L'P$, $BQLz L'z$ jsou tedy roviny svislé, kolmé k rovinám vodorovným a tedy též kolmé k vodorovné rovině $LM LZ Q$.

Střelba zakládá se: 1. Na zjištěných balistických veličinách, jež nám dává vzdušná tabulka pro dané dělo a střelu. 2. Na veličině $b =$ době zpoždění povely a nabíjením (v praxi zjištěné průměrné hodnotě), kterou baterie potřebuje k určení dat výstřelu a k nabíjení. Jest tedy b doba, jež uplyne od okamžiku měření až k okamžiku výstřelu. 3. Na veličinách závislých od letadla, jež měříme (neb odhadujeme) v baterii v okamžiku měření.

Pro náš úkol potřebujeme znáti:

ad 1. Čas $k =$ dobu letu střely od děla až k bodu zásahu Lz , v němž má se střela sraziti s cílem;

ad 2. Čas $b =$ zpoždění, které se prakticky běře $b = 10$ sek.

ad 3. Vzdálenost cíle od baterie v okamžiku měření, totiž vzdálenost $\overline{BLM} = M$. Vzdálenost tuto nám měří dálkoměr, na němž jest upevněno výškové kyvadlo, jež nám ukazuje výšku cíle y .

Dále jest změřiti rychlost cíle c a směrový úhel jeho α_M v okamžiku měření, t. j. úhel, jež svírá směr letu $\overline{LM LZ}$ s průmětem $\overline{LM Q}$ vzdálenosti M do vodorovné roviny $LM LZ Q$. Úhel tento se nám na obraze jeví též jako úhel $L'z L'MB$. Není-li možno veličiny c , α_M měřiti (dosud neexistují praktické a přesné stroje k jejich měření), musíme se spokojiti s odhadem.

Tím dáno jest šest základních veličin:

$$k, b, M, y, c, \alpha_M,$$

jež potřebujeme k řešení úkolu.

Úhel α_M jest též definován jako úhel sevřený směrem letu s vertikální rovinou $BLM Q$ bodu měření LM .

Úhlem polohy τ cíle vůči baterii rozumíme úhel, který svírá přímka spojující baterii s cílem s rovinou vodorovnou.

Úhel směrový α jsme již definovali jako úhel sevřený směrem letu s vertikální rovinou, jdoucí baterií a cílem.

Úhel μ , sevřený směrem letu a přímkou spojující baterii s cílem, budeme nazývati úhlem cíle.

Hodnoty úhlů τ , α , μ se obecně mění s časem.

Tak má letadlo v bodě měření LM úhly τ_M , α_M , μ_M , v bodě palby jiné úhly τ_P , α_P , μ_P a v bodě zásahu zase jiné úhly τ_Z , α_Z , μ_Z .

Balistická křivka K^* , kterou opíše střela z bodu B do bodu Lz , leží (nehledě k derivaci nebo snad k úchylce způsobené větrem a pod.) ve vertikální rovině jdoucí bodem B a bodem Lz , tedy v rovině $BLz Q$, kterou nazýváme rovinou nástřelnou.

Rovina, kterou se promítá dráha $\overline{LM}, \overline{Lz}$ cíle do oka pozorovatele v baterii B , budiž proto nazvána rovinou zornou.

Rovinu vodorovnou $QLz LM$ budeme nazývati úrovní cíle.

V okamžiku výstřelu, když letadlo prochází bodem palby LP , musí osa H hlavně děla míti takový směr, aby střela letící po křivce K proletěla bodem Lz současně s letadlem.

Osa H musí býti od záměrné přímky $\overline{BLz}$ odkloněna o záměrný úhel ξ , nutný, aby křivka K šla bodem Lz .

Elevace děla $\checkmark$ okamžiku palby bude tedy $\varepsilon = \xi + \tau z$.

Úkolem jest nyní stanovití polohu bodu Lz takovými elementy, abychom jich postavením na stupnicích zaměřovače děla docílili, že osa hlavně má v okamžiku palby žádoucí směr H .

Elementy tyto jsou:

1. Vzdálenost z , kteréž pro změřené y odpovídá ve střeleckých tabulkách vzdušných určitý úhel záměrný ξ (resp. určitý dílek stupnice vzdálenosti na zaměřovači) a určité časování granátu.

2. Nadběh stranový s , t. j. úchylka osy hlavně na stranu, aby střela během letu nadeběhla leticímu cíli a srazila se s ním na své dráze.

3. Nadběh výškový v , t. j. úchylka osy hlavně do výše (nebo po příp. klesnutí hlavně) ze stejného důvodu jako 2.

Oba nadběhy, stranový a výškový, jsou úhly počítané a udělované v rovinách k sobě kolmých. Tedy nadběh výškový jest kolmý k nadběhu stranovému.

Jest totiž nutno, abychom byli s to udělití hlavní děla celkovou úchylku λ , o niž se směr $\overline{BLz}$ odchyluje od směru $\overline{BLP}$ a to pro kterýkoliv směr letu cíle.

Proto rozkládáme úchylku λ do dvou směrů k sobě kolmých. Rozklad tento můžeme theoreticky provéstí nekonečně mnoha způsoby, neboť posavad lze úlohu rozkladu úchylky λ v nadběhy s , v vysloviti též takto: přímkami $\overline{BLP}$, $\overline{BLz}$ jest proložití dvě roviny k sobě kolmé. Čili ke svazku rovin, procházejících přímkou $\overline{BLP}$ jest vésti přímkou $\overline{BLz}$ svazek rovin kolmých. Vždy dvě a dvě k sobě kolmé roviny svazků protínají se ve společné přímce, průsečnici, jež jde společným bodem B os $\overline{BLP}$, $\overline{BLz}$ obou svazků. Geometrickým místem těchto průsečnic jest pak nerotační plocha kuželová o vrcholu B , jejímiž povrchovými přímkami jsou též přímky $\overline{BLP}$ a $\overline{BLz}$, neboť přímky tyto lze považovati též za průsečnice k sobě kolmých nadběhů $s = \lambda$, $v = 0$ resp. $v = \lambda$, $s = 0$, při čemž roviny nulových nadběhů přejdou v tečné roviny kužele tohoto, jež tedy můžeme geometricky určití též jako kužel vepsaný do klínu dvou rovin, jdoucích přímkami $\overline{BLP}$ a $\overline{BLz}$ kolmo na zornou rovinu $\overline{BLzLP}$. Na obrázku nakreslena jest elipsa E , ve které kužel jest profat úrovní cíle.

Poněvadž jest stejně možné řešení $s = 0$, $v = \lambda$ jako i řešení $v = 0$, $s = \lambda$, jest zřejmo, že obecně vlastně přívlastky „stranový“ resp. „výškový“, jež nadběhům dáváme, nemají pevného oprávnění.

Teprve určitá, zvolená konstrukce zaměřovače děla nám mění ∞ značnou úlohu v úlohu jednoznačnou. Konstrukcí zaměřovače jest totiž vždy dána ještě jedna podmínka, jako na př.:

a) Rovina nadběhu stranového nechť jest kolmá k rovině nástřelné a prochází bodem zásahu Lz . Tak jest tomu na př. u zaměřovače 8 cm letadlových děl na autech. Nebo:

b) Rovina nadběhu výškového budiž totožná s rovinou nástřelnou. Tak jest tomu na př. u zaměřovače 9 cm letadlových děl d/45. Nebo:

c) Rovina nadběhu stranového budiž kolmá k rovině $\overline{BLPQ}$ a nechť prochází bodem LP . Nebo atd.

Případy *a)*, *b)*, *c)* jsou zakresleny v obrazech 1. a 2. následujícími čarami: *a)* ————— *b)* ————— *c)* —————. V deskriptivním znázornění jsou nadběhy následovně označeny: *a)* *s*, *v*; *b)* *s'*, *v'*; *c)* *s''*, *v''*.

Kužel průsečnic nadběhů není rotačním kuzelem. Kdyby byl, protínala by jej rovina kolmá k jeho ose *S* v kružnici, jež však jest geom. místem bodů, z nichž vidíme průměr kružnice (předpokládané) $\overline{LP}Lz$ pod pravým úhlem. Roviny jdoucí rameny těchto pravých úhlů a bodem *B* by pak nesvíraly pravé úhly, jak definice kužele žádá. Tím dokázáno:

Poloměrem $\overline{QLP}$ ze středu *Q* opišme kružnici *F* (obr. 2.), ležící v úrovni cíle. Kružnice tato protne elipsu *E* vedle bodu *LP* ještě v bodě *N*.

$$\text{Úhel } QNB = \angle N_2 B_2 A_{1,2} = \tau_P.$$

Zda můžeme voliti takový rozklad λ v nadběhy *s*, *v*, aby $v = \tau_Z - \tau_P = \Delta\tau$ vždy? Při tom by *v* neleželo v rovině střelby, jak již pohled na obr. 2 praví.

$\angle NBLz = \Delta\tau$ má být úhlem *v*. Otočíme jej kol jeho ramene $\overline{BLz}$, takže druhé jeho rameno protne elipsu *E*. Pak jest $v = \Delta\tau$ a druhá kolmá rovina k *v* jest s hledaného rozkladu.

Tedy dostaneme roviny: $v \equiv BLzN'$; $s \equiv BLPN'$. Jen v tom případě, kdyby byl zaměřovač konstruován dle této podmínky, bylo by $v = \Delta\tau$ pro každý směr letu cíle. Avšak to jest jen theoretická možnost, prakticky nelze sestrojiti takový zaměřovač.

Zkoumejme nyní v případě *b)* (rovina nadběhu výškového jest totožna s rovinou střelby), zda může pro některý směr letu cíle býti $v = \Delta\tau$. Tu by muselo býti $N \equiv N'$, což jest možno jen, když buď kuželosečka *E* přejde v přímku $\overline{BLP}$, $\overline{BLz}$, t. j., když cíl jest v úrovni hlavně děla, nebo když $N \equiv N' \equiv D$, tedy $\overline{LPN} = \overline{LPD}$, což předpokládá, že poloměr $BLP = \infty$ veliký, cíl ∞ vzdálený, nebo když $N \equiv N' \equiv D \equiv LP$, čili když $\overline{LPN} = \overline{LPD} = 0$, čili když rovina střelby jde bodem *LP*, tedy když cíl letí horizontálně ve vertikální rovině děla. Pak skutečně $v = \lambda = \Delta\tau = \tau_Z - \tau_P$.

Podobnou úvahu možno vykonati pro každý daný typ zaměřovače, na př. *a)*, *c)* a pod.

Obecně jest tedy *naprosto nesprávné* zaměřování nadběhu výškového *v* s přírůstkem, resp. úbytkem úhlu polohy τ .

Pohled na obr. 2 nám pak praví, že nadběh stranový *s* se nerovná $\Delta\tau = \angle LP_1 B_1 LZ_1$.

Mezi různými rozklady úchylky λ v nadběhy k sobě kolmé pak mohou býti ještě určité vztahy. Na př. rozložíme jednou λ na *s*, *v*; podruhé λ na *s'*, *v'*, ale tak, že rovina *s'* jest na rovině *v* kolmá. Všecky čtyři nadběhy *s*, *v*, *s'*, *v'* pak omezují čtyřhran vepsaný do kužele průsečnic. Čtyřhran tento má tři pravé úhly (mezi *s*, *v*; *v*, *s'*; *s'*, *v'*), čtvrtý úhel (mezi *v'*, *s*), ležící při hraně $\overline{BLP}$ pravý není.

Takovýto čtyřhran dávají na př. spojené případy *a)*, *b)*. Protíná úroveň cíle v lichoběžníku $LPDLzG$. Nebo jest takovým čtyřhranem čtyřhran o vrcholu *B*, protínající úroveň cíle v lichoběžníku $LPWLzJ$.

Odvodíme si určité vztahy mezi úhly *s*, *v*; *s'*, *v'*, jež později budeme potřebovati. Platí pro libovolný definovaný čtyřhran, však k odvození vezmeme čtyřhran, jež nám dávají případy *a)* (8 cm letadlová děla na autech), *b)* (9 cm letadlová děla d/45). Následující obrázek podává jeho první a druhý průmět, jakož i průměty jeho po otočení kol osy *Z* tak, až jeho rovina *s* leží v první průmětně.

Z obrázku jest patrné, že $\overline{L_P D}$ stojí kolmo na rovině $B D L_z$ a tedy též kolmo na přímce $\overline{BD}$, tedy:

$$Z \triangle B_1 D_1 \times L_{PI} \times \text{ pak jest: } \sin s = \frac{D_1 \times L_{PI} \times}{B_1 L_{PI} \times}.$$

Přímka $\overline{B_1 L_{P1}^\times}$ jest však prvním průmětem roviny nadběhu $v^\times = v$ a svírá s přímkou $\overline{B L_P^\times} = P$ úhel v ; jest tedy

$$\overline{B_1 L_{P1}^{\times}} = P \cdot \cos v$$

$$\text{a proto } \sin s = \frac{LPD}{P \cdot \cos v} = \sin s' \cdot \frac{1}{\cos v} \text{ čili}$$

$$\sin s' = \sin s \cdot \cos v \quad (I)$$

Podobně lze odvoditi vztahy:

$$\sin v = \sin v' \cdot \cos s'$$

nebo

$$\operatorname{tg} v = \operatorname{tg} v' \cdot \cos s \quad (II)$$

$$\operatorname{tg} s' = \operatorname{tg} s \cdot \cos v'$$

$$\text{nebo } \cos v' = \frac{\cos s \cdot \cos v}{\cos^2 s + \sin^2 s \cdot \sin^2 v} = \frac{\cos s \cdot \cos v}{\sin^2 v + \cos^2 s \cdot \cos^2 v}$$

$$\text{nebo } \operatorname{tg} s' = \frac{\sin s \cdot \cos v}{\sin^2 v + \cos^2 s \cdot \cos^2 v} = \frac{\cos v}{\sin^2 v + \operatorname{ctg}^2 s} = \frac{\sin s}{\cos^2 s + \operatorname{tg}^2 v}$$

a pod. dle potřeby. Nám zatím stačí vztahy (I) a (II).

Nadběhy s, v svírají pravý úhel, proti němuž leží celková úchyłka λ . Omezují tedy roviny s, v, λ pravouhlý trojhran. Protneme-li jej koulí libovolného poloměru o středu ve společném průsečíku rovin s, v, λ dostaneme sférický pravouhlý trojúhelník o stranách s, v, λ .

Zvolme (obr. 4.) na průsečnici rovin v, λ bod A a vedme $\overline{AA'}$ kolmo na průsečnici rovin v, s . Přímkou $\overline{AA'}$ vedme rovinu $AA'A''$ kolmo na průsečnici rovin s, λ . Jest pak:

$$\overline{BA'} = \overline{BA} \cdot \cos v,$$

$\overline{BA''} = \overline{BA'} \cdot \cos s = \overline{BA} \cdot \cos v \cdot \cos s$, ale jest též $\overline{BA''} = \overline{BA} \cdot \cos \lambda$; tedy jsme si odvodili větu o sfér. trojúhelníku pravouhlém, kterou budeme často potřebovati:

$$\cos \lambda = \cos v \cdot \cos s \quad (III)$$

Přikroče nyní k odvození vzorců pro z, λ, z_Z ze základních veličin k, b, M, c, z_M, y .

Veličiny s, v vyjádřeny v nezávisle proměnných veličinách (k, b, M, y, c, z_M) jedním vzorcem dávají velice rozsáhlé a značně komplikované výrazy, jež se k praktickému použití při logaritmických výpočtech naprosto nehodí. Proto je vyjadřujeme postupně několika jednoduchými vzorci.

Viz obr. 5. na následující stránce: $Z \triangle$ pravouhlého QBL_M plyne:

$$1. \sin \tau_M = \frac{y}{M}, \text{ vypočti } \lg \cos \tau_M = \dots$$

Z pravouhlého trojhranu $L_M (\tau_M, z_M, \varphi_M)$ plyne dle věty (III):

$$2. \cos \varphi_M = \cos \tau_M \cdot \cos z_M; \text{ vypočti } \lg \sin \varphi_M = \dots$$

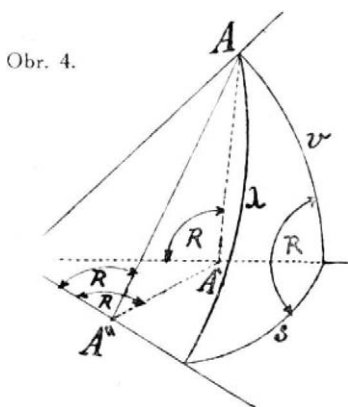
$Z \triangle L_M B L_P$ dostaneme větou kosinovou:

$$3. P = \sqrt{M^2 + b^2 c^2 - 2bcM \cos \varphi_M}; \text{ vypočti } \lg P = \dots$$

$Z \triangle B L_Z L_M$ jest dle kosinové věty:

$$4. \quad Z = \sqrt{M^2 + c^2 (b + k)^2 - 2c(b + k)M \cos \varphi_M};$$

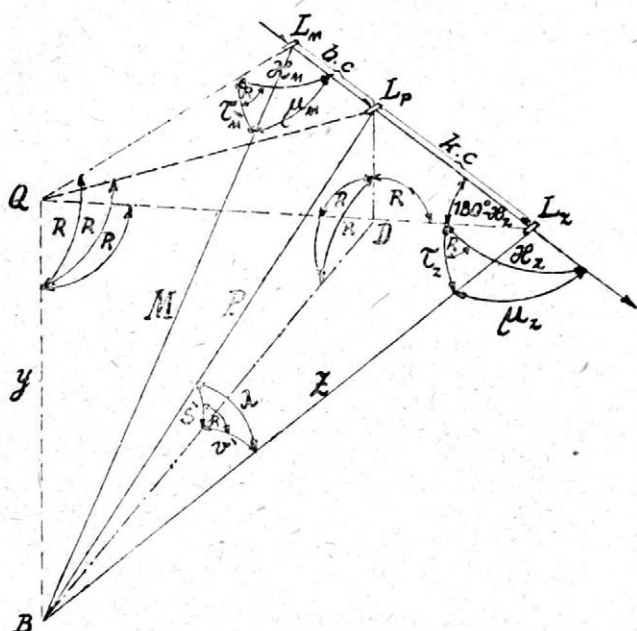
vypočti $\lg Z = \dots$



Obr. 4.

Z téhož trojúhelníka jest dle věty sinové:

$$5. \sin \mu_Z = \frac{M \cdot \sin \mu_M}{Z}; \text{ vypočti } \lg \cos \mu_Z = \dots$$



Obr. 5.

Z pravouhlého $\triangle QBL_Z$ jest:

$$6. \sin \tau_Z = \frac{y}{z}; \text{ vypočti } \lg \cos \tau_Z = \dots$$

Z pravouhl. trojhranu $L_Z (\tau_Z, \kappa_Z, \mu_Z)$ pak je zase $\cos \mu_Z = \cos \kappa_Z \cdot \cos \tau_Z$ čili

$$7. \cos \kappa_Z = \frac{\cos \mu_Z}{\cos \tau_Z}; \text{ vypočti } \lg \sin \kappa_Z = \dots$$

a konečně z $\triangle BL_ZL_P$ jest dle sinové věty:

$$8. \sin \lambda = \frac{k \cdot c \cdot \sin \mu_Z}{P} \text{ vypočti } \lg \cos \lambda = \dots$$

K dalšímu stanovení nadběhů s, v jest třeba znáti geometrickou podmínku další, danou konstrukcí zaměřovače děla.

II. Odvození vzorců pro výpočet nadběhů s, v , platných pro zaměřovače, jichž rovina stupnice stranové prochází bodem L_Z , stojíc na rovině nástřelné kolmo.

To jest tedy případ a) v předešlé kapitole uvedený, platný na př. pro zaměřovače 8 cm letadlových děl na autech. Viz obrázek následující:

Přepona λ pravouhl. trojhranu $B (v, s, \lambda)$ svírá s rovinou střelby BQL_Z úhel $2R - \varphi$, kdež φ jest úhel v pravouhlém trojhranu $L_Z (\tau_Z, \kappa_Z, \mu_Z)$. Sférická trigonomie nám dává pro trojhran, resp. sférický trojúhelník obecný, sinovou větu:

„Siny úhlů jsou v témže poměru, jako siny protilehlých stran.“ Tedy aplikováno na trojhran $L_Z (\tau_Z, \kappa_Z, \mu_Z)$:

$$\sin \varphi : \sin R = \sin \alpha_Z : \sin \mu_Z, \text{ čili } \sin \varphi = \frac{\sin \alpha_Z}{\sin \mu_Z}; \text{ vypočti } \lg \sin \varphi =$$

Ze sférického trojúhelníka v, s, λ jest pak dle Nepperova pravidla $\cos \gamma = \cotg \lambda \cdot \tg s$, čili $\tg s = \tg \lambda \cdot \cos \gamma$. Z obrázku však odečteme, že $\gamma = \varphi - 90^\circ$, neboť rovina s jest kolmá na rovině střelby a tedy $\cos \gamma = \sin \varphi$.

Proto $\tg s = \tg \lambda \cdot \sin \varphi$; vypočti $s = \dots$ čili

$$9. \quad \boxed{\tg s = \tg \lambda \cdot \frac{\sin \alpha_Z}{\sin \mu_Z}};$$

$$\lg \cos s = \dots$$

Užitím věty (III) na sférický pravouhlý trojúhelník v, s, λ dostaneme konečně:

$$10. \quad \boxed{\cos v = \frac{\cos \lambda}{\cos s}},$$

odkud vypočteme v .

Mohli jsme též dospět k jiným vzorcům s jinými goniometrickými funkcemi úhlů. Na př.:

$$9_0. \quad \sin \varphi = \frac{\sin \alpha_Z}{\sin \mu_Z}; \text{ vypočti } \lg \cos \varphi = \dots$$

Ze sférického trojúhelníka v, s, λ dle věty sinové jest:

$$\sin \gamma : \sin R = \sin v : \sin \lambda \text{ čili (když } \sin \gamma = -\cos \varphi).$$

$$10_0. \quad \sin v = -\sin \lambda \cdot \cos \varphi; \text{ vypočti } \lg \cos v = \dots, v = \dots \text{ a užitím věty (III) zase}$$

$$11_0. \quad \cos s = \frac{\cos \lambda}{\cos v}; \text{ vypočti } s.$$

Oba postupy jsou pro logaritmování zcela stejně dlouhé.

III. Odvození vzorců pro výpočet nadběhů s, v , platné pro zaměřovače, jichž rovina stupnice výškové (nadběh v) jest totožna s rovinou nástřelnou.

To jest tedy případ *b)* z kapitoly I., platný na př. pro zaměřovač 9 cm letadlových děl d/45. Viz vyobr. 5.

Užijeme vzorců 1. až 10.

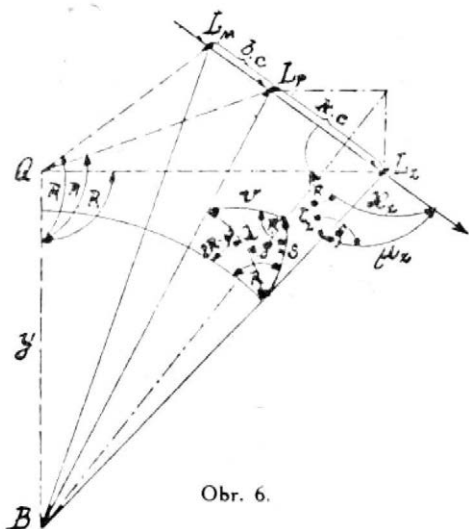
$$\text{Vztah (I) nám pak dává } \sin s' = \cos s \cdot \cos v, \text{ kamž dosadíme } \cos v = \frac{\cos \lambda}{\cos s}$$

a bude tedy $\sin s' = \tg s \cdot \cos \lambda$, dosadíme-li sem $\tg s = \tg \lambda \cdot \sin \varphi$ dostaneme $\sin s' = \sin \lambda \cdot \sin \varphi$.

$$\text{Poněvadž pak jest } \sin \varphi = \frac{\sin \alpha_Z}{\sin \mu_Z}; \sin \lambda = \frac{k \cdot c \cdot \sin \mu_Z}{P} \text{ bude}$$

$$9'. \quad \boxed{\sin s' = \frac{k \cdot c \cdot \sin \alpha_Z}{P}};$$

$$\text{vypočti } s' = \dots; \lg \cos s' = \dots$$



Obr. 6.

Tento vzorec plyne též ihned z obr. 5., neboť přímka $\overline{L_P D}$ jest kolmá na rovinu nástřednou a tedy $\sin s' = \frac{L_P D}{P}$; avšak z pravoúhlého $\triangle L_P D L_Z$ jest $L_P D = k \cdot c \cdot \sin \gamma_Z$. Q. e. d.

Konečný vzorec pak jest zase

10'.

$$\cos v' = \frac{\cos \lambda}{\cos s'}; \text{ vypočti } v' = \dots$$

Zůstávají tedy v platnosti vzorce 1.—8., k nimž přistupují vzorce 9'. a 10'.

Odvozené vzorce 1.—10. resp. 1.—8., 9.—11.; resp. 1.—8., 9'. a 10'. podávají vůbec nejkratší možné řešení pro hledané veličiny Z, s, v .

Zde budiž připomenuto, že řešení tohoto odstavce pro s', v' vede k zjednodušení povelů, takže odpadne povel výšky. Neboť máme ji udělovati v rovině nástředné, tedy nic nebrání, abychom úhel v' nescítali algebraicky se záměrným úhlem ξ , vzatým z tabulek pro dané y a vypočtené Z .

Ovšem nesmí tehdy zaměřovač děla automaticky vylučovati derivaci střely. ξ skutečně musí ležeti v rovině nástředné a derivaci nutno zahrnouti v povel strany algebraickým sečtením s vypočteným s' .

IV. Při jiných typech zaměřovačů děla s jinou podmínkou pro polohu s nebo v jest postup nejkratšího řešení závislý na této podmínce zaměřovače.

Příklad c): rovina nadběhu s nechť prochází bodem L_P kolmo na rovinu QBL_P .

Tu ponecháme v platnosti vz. 1.—4. $Z \triangle B L_P Q$ jest pak:

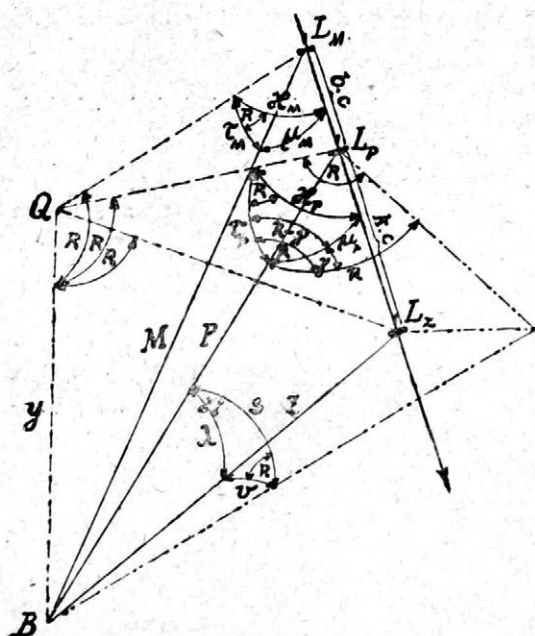
5". $\sin \tau_P = \frac{y}{P}$ vypočti $\lg \cos \tau_P = \dots$ $Z \triangle B L_P L_M$ jest dle sinové věty:

$$6". \sin \mu_P = \frac{M \cdot \sin \mu_P}{P};$$

vypočti $\lg \sin \mu_P = \dots$ $\lg \cos \mu_P = \dots$ Pak z pravoúhlého trojhranu L_P (τ_P, γ_P, μ_P) plyne:

$$7". \cos \gamma_P = \frac{\cos \mu_P}{\cos \tau_P};$$

vypočti $\lg \sin \gamma_P = \dots$ Nyní nazveme úhel sevřený úchylkou λ a nadběhem s úhlem γ ; poněvadž rovina s stojí kolmo na rovině $B L_P Q$, jest v pravoúhlém trojhranu L_P (τ_P, γ_P, μ_P) úhel ležící proti γ_P rovný $R - \gamma$.



Obr. 7.

Dle sinové věty jest pak z tohoto pravoúhlého trojhranu: $\sin (R - \gamma)$:

$\sin R = \sin \gamma_P \cdot \sin \mu_P$, tedy $\cos \gamma = \frac{\sin \gamma_P}{\sin \mu_P}$. $Z \triangle B L_Z L_P$ jest dle sinové věty:

$$8". \sin \lambda = \frac{k \cdot c \cdot \sin \mu_P}{Z}; \text{ vypočti } \lg \cos \lambda = \dots$$

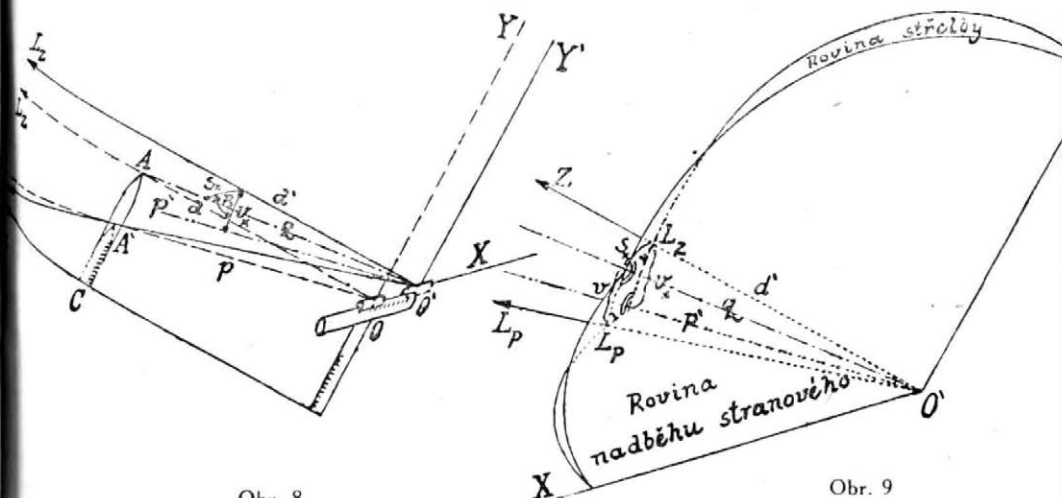
Ze sférického pravouhlého trojúhelníka s, v, λ jest $\cos \gamma = \cotg \lambda \cdot \tg s$,
 čili $\tg s = \cos \gamma \cdot \tg \lambda$, čili $\tg s = \frac{\sin \gamma_p \cdot \sin \lambda}{\sin \gamma_p \cos \lambda}$ a dosadíme sem za
 $\sin \lambda = \frac{k \cdot c \cdot \sin \gamma_p}{Z}$ dostaneme:

9". $\boxed{\tg s'' = \frac{k \cdot c \cdot \sin \gamma_p}{Z \cdot \cos \lambda}}$; vypočti $s = \dots$;
 $\lg \cos s = \dots$

Dle vztahu (II) jest pak:

10". $\boxed{\cos v'' = \frac{\cos \lambda}{\cos s}}$; vypočti $v = \dots$

V. Odvození vzorců pro nadběhy s_x, v_x (stranový a výškový) u zaměřovače typu 8 cm ruského letadlového děla vzor 1914.



Obr. 8.

Obr. 9

Zde uděluje se výška v_x posunutím cílovníku $\overline{CA}$ o počet v_x dílců stupnice cílovníku, nadběh stranový s_x udělován jest posunutím mířícího zářezu o po příčném raménku zaměřovače o počet s_x dílců. Stupnice cílovníku a příčného raménka jsou počítány pro konstantní délku d vzdálenosti hrotu A cílovníku od mířícího zářezu, když oba (cílovník i mířící zářez), jsou v poloze nulové, a když záměrná přímka jest tedy $\overline{oA} \equiv d$, rovnoběžna s osou hlavně H .

Jest označeno $\overline{oA} \equiv d, \overline{oA'} \equiv p, \overline{o'A} \equiv q$.

Přímka $\overline{o'L_z} \equiv d'$ jest rovnoběžna s přímkou $\overline{oA} \equiv d$.

" $\overline{o'p'} \equiv p'$ " " " $\overline{oA'} \equiv p$.

Rovina Yd jest rovinou nástřelnou. S ní jest rovnoběžna rovina $Y'd'$, neboť $Y' \parallel Y; d' \parallel d$.

Osu příčného raménka nazveme X ; směr $\overline{OL_z} \parallel \overline{O'L_z}$ nazveme z . Jest pak rovina nástřelná rovinou $Y'Z$ a k ní a k sobě jsou kolmé roviny $Y'X, XZ$. Tak jsme dostali pravouhlý systém rovin s průsečíkem v bodě O' .

Z obrázku a uvedené již rovnoběžnosti ramen d' , resp. p' plyne, že pravý úhel mezi nadběhy $s_{\times}$, $v_{\times}$ zde dostáváme při směru $Z \equiv \theta' L_Z$. V obr. 8b narysovány roviny, přímky a úhly, jež zde hrají úlohu, zvláště.

Rovina nadběhu stranového $s_{\times}$ jest tedy rovinou XZ , rovina nadběhu výškového $v_{\times} \equiv s$ rovinou nástřednou ZY' . Jest tedy rovina nadběhu stranového kolmá k rovině nástředné a prochází bodem L_Z jako u zaměřovače projednávaného v odstavci II, rovina nadběhu výškového však jako u zaměřovače dle odstavce III. Proložme bodem L_P a přímkou Y' (jež jest rovnoběžna s rozcem zaměřovače Y') rovinu, jež bude tudíž státi kolmo na rovině nadběhu $s_{\times} (\equiv XZ)$ a protínati ji v přímce q .

Proložme dále bodem L_P a přímkou X rovinu, jež bude tudíž kolmá na rovině nadběhu $v_{\times} (\equiv XY')$ a protínati tuto v přímce q .

Obě tak proložené roviny pak protínají se v přímce $\theta' L_P$, však nestojí na sobě kolmo. S rovinami $s_{\times}$, $v_{\times}$ pak omezují čtyřhran se třemi pravými úhly. Pro čtyřhran takový byl odvozen již v odstavci I vztah (II): $tg v = tg v' \cdot \cos s$, kdež v jest úhel sevřený přímkami q , $\theta' L_P$, $\angle v' = \angle v_{\times}$, $\angle s = \angle s_{\times}$, jak bylo právě dovozeno.

Tedy můžeme psáti $tg v = tg v_{\times} \cdot \cos s_{\times}$, čili

$$11. \quad \boxed{tg v_{\times} = \frac{tg v}{\cos s}}; \text{ vypočti } v_{\times} = \dots$$

Pro tento druh zaměřovače, jenž bude ovšem již sotva kým používán, platí tedy všechny vzorce 1—10., odvozené v odstavci II., k nim pak přístupuje ještě uvedený vzorec 11. Tento systém vzorců 1.—11. jest pro logaritmický výpočet nejkratším. Ovšem možno počet vzorců zase zredukovati,

na př. spojením 10. a 11. dostaneme $10 \times$). $tg v_{\times} = \frac{\sqrt{\cos^2 s - \cos^2 \lambda}}{\cos s \cdot \cos \lambda}$; vzorec tento však jest pro logaritmování nevýhodný.

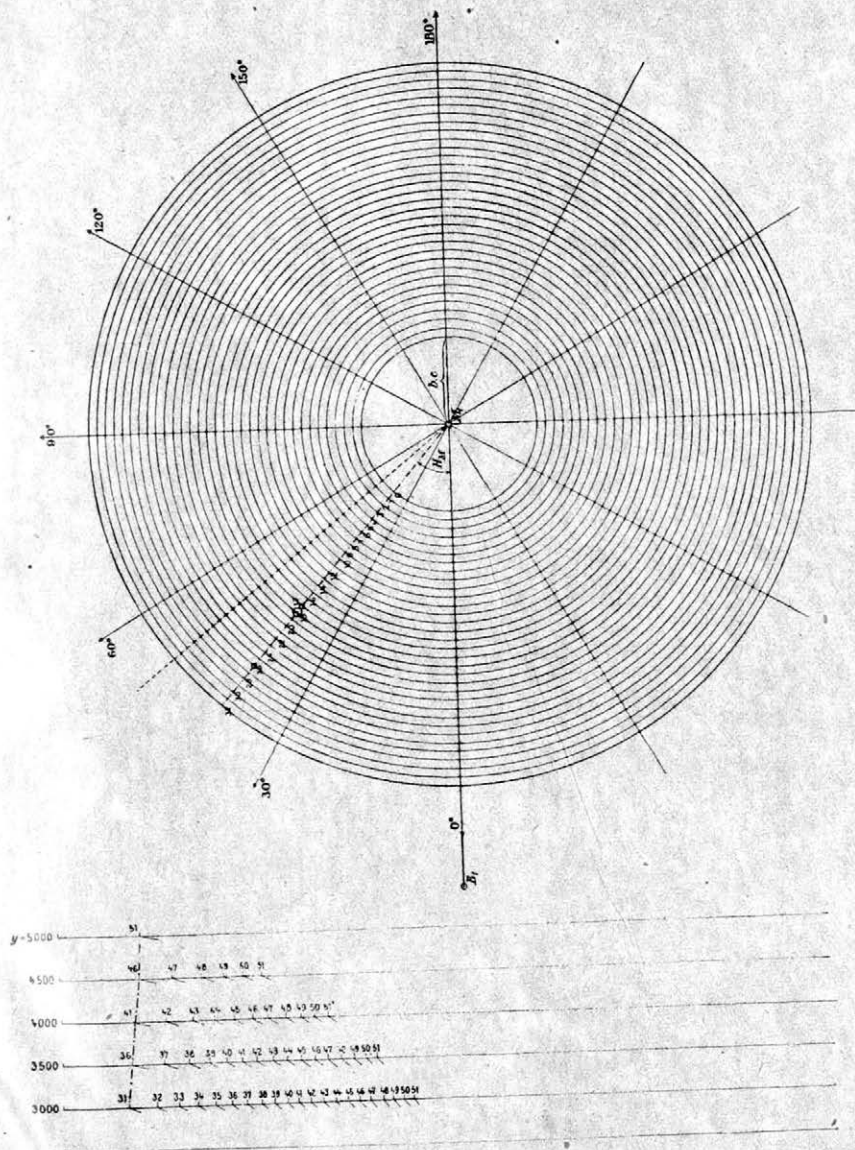
VI. Určení doby k letu střely k cíli leticím rychlostí c m/sek ve vzduchu po horizontální přímce, známe-li zpoždění b , vzdálenost M , výšku y a úhel směrový α_M cíle v okamžiku měření.

Doba letu střely k jest implicitní funkcí $k = f(M, y, c, \alpha_M, b, k)$, podléhající samozřejmě též denním balistickým vlivům. Jest určiti (za předpokladu, že není denních vlivů) dobu k , známe-li M, y, c, α_M, b . Řešení tohoto úkolu objevuje se nutným při výpočtu povolených tabulek pro letadlová děla, po př. při posouzení geometrických vlastností zaměřovacích ústrojí pro letadlové kulomety. Vedle vytčených již pěti daných veličin M, y, c, α_M, b , musíme tu znáti ještě průběh balistických čar stejných dob letů střely, jak nám je dává na př. grafická vzdušná tabulka pro dané dělo a střelu.

V následujícím podávám dvě geometrické metody určení implicitní funkce k na základě vzdušné grafické tabulky a ze známých, vytčených pěti veličin.

Metodou prvou demonstruji na případě vzduchoprázdného prostoru, pro kterýž případ, jak známo, křivky stejných dob letů střely ve „vzdušné“ grafické tabulce jsou kružnicemi, jichž středy padají z ústí hlavně dělové volným pádem na dráze $\frac{g k^2}{2}$ a jichž poloměry jsou $v_0 \cdot k$, kdež zase značí k dobu letu střely, v_0 počáteční rychlost střely (v obr. 10. vzato $v_0 = 250$ m/sek), g přirychlení tíže (v obr. vzato $g = 6.25$ m/sek²). Pro příklad vzata rychlost $c = 100$ m/sek.

Stejně geometrické řešení, jež ukážeme, platí ovšem též pro střelbu ve vzduchu (pro normální vzdušnou grafickou tabulku) a jakékoliv v_0, c . Horizontální přímka daného y protíná křivky stejných dob letu střely v bodech,

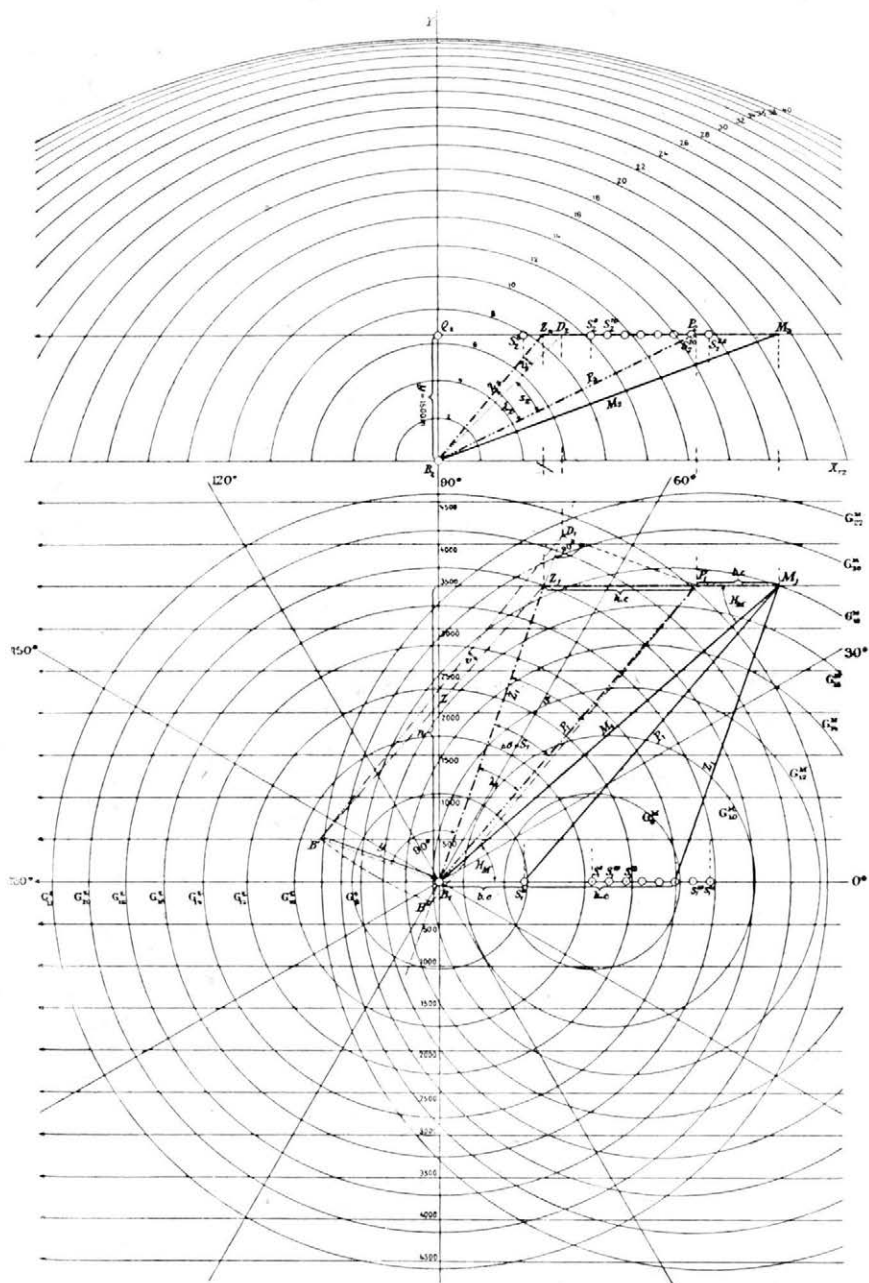


Obr. 10a.

Vacuum $b = 10$ sek.

Počát. rychlost střely $v_0 = 250$ m/sek; přirychlení tíže $g' = 6.25$ m/sek²; rychlost létadla $c = 100$ m sek.

Nebo: " " " $v_0 = 391$ m/sek; " " " $g = 9.781$ m/sek²; " " " $c = 156.5$ m/sek.



Obr. 10.

lichž vzdálenosti od vertikály děla jsou poloměry horizontálních soustředných kružnic G_k^Z stejných dob letu střely k bodu zásahu Z , ležícímu na této kružnici.

Budiž směr kursu létadla (přímky, po níž cíl letí) rovnoběžný s osou X_{1-2} . Body kružnice G_k^Z jsou tudíž geometrickými místy bodu zásahu létadla pro stejnou dobu k letu střely, a v okamžiku měření, totiž před dobou $b + k$ byly tudíž body tyto na kružnici stejného poloměru, jejíž střed S^* jest proti směru letu létadla posunut o délku $(b + k)$ c. Dostáváme tak kružnici G_k^M a pro různá k ($k = 8, 10, \dots, 22$ sek) systém kružnic, jak jest naryšován v obraze. Kružnice G_k^M jsou tudíž geometrickými místy bodu měření létadla pro stejnou dobu k letu střely, nutnou, aby po výstřelu střela se srazila s cílem na kružnici G_k^Z .

Máme-li tudíž v průmětu do úrovně ústí děla dostatečně hustě narysované tyto kružnice G_k^M pro určitou výšku y a rychlost c cíle, lze s dostatečnou přesností stanovit dobu k letu střely pro cíl určený veličinami M, y, c, α_M následovně: Bodem B_1 vedeme paprsek, svírající se směrem kursu létadla úhel α_M . Naň od bodu B_1 nanese $M_1 = \sqrt{M^2 - y^2}$ až do bodu M_1 , pro nějž pak ze systému kružnic G_k^M odečteme dobu k (odhadem lze stanovit k na zlomek vteřiny, jsou-li kružnice G_k^M rýsovány pro každou celou vteřinu k ; pro výpočet povelových tabulek stačí přesnost $k \pm 0.1$ sek).

Zřejmě musili bychom pak pro každou zvolenou výšku y najít a rýsovat jiný příslušný systém kružnic G_k^M .

Postup tento jevil by velké výhody při stanovení grafických povelových tabulek pro střelbu dle kursu, při níž by bylo používáno registrátoru kursu. Takové grafické tabulky povelové by bylo možno vypracovati jak pro střelbu direktní, tak i podobně pro střelbu indirektní. V prvním případě (při zaměřovači se dvěma stupnicemi: strany a výšky) sestávaly by z rysů (pro každé a jeden rys), na nichž by byly v průmětu do úrovně ústí děla naryšovány: y) kružnice stejných vzdáleností M ; b) křivky strany (derivace $\pm$ nadběh tranový, $S = d \pm s$); c) křivky výšky (záměrný úhel $\pm$ nadběh výškový, $S = \zeta \pm v$); d) kružnice stejného časování $\checkmark$. Pro indirektní střelbu by byly na rysech těchto stejné nebo obdobné křivky, avšak značily by: b) křivky $sv = d_1 \pm \Delta \sigma$; c) křivky $v = \zeta \pm \Delta \tau$. Prvky střelby $S, V, \checkmark$ odečítali bychom tak pod hrotem tužky registrátoru kursu.*)

Při této příležitosti povšimněme si, že uvedená již metoda stanovení doby k vede k velmi jednoduchým geometrickým konstrukcím veličin Z, s, v pro zaměřovač, jehož rovina výšky $\checkmark$ je totožná s rovinou nástřelnou. Tu by se zdálo, že netřeba logaritmických výpočtů, jichž při řešení povelových tabulek právě vyžaduje vyhledávání veličin Z, S, v .

Avšak v případě skutečné grafické, vzdušné tabulky pro dělo létadlové bychom tyto hodnoty dostali příliš nepřesně (hlavně malá s, v). Nejkratší geometrické konstrukce skutečné délky úsečky Z a skutečné velikosti úhlů s, v , jsou patrný z obr. 10.

K rychlému nalezení bodu M_1 (úsečky $M_1 = \sqrt{M^2 - y^2}$) slouží měřítko kosinová (oleáta k obr. 10.), jež si snadno sestojíme současně pro všechny žádané výšky y .

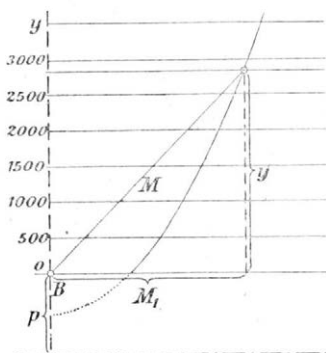
Při geometrickém sestrojení těchto měřítek jest dobře použití vztahu že body, určené takovými veličinami (M, y), že $M - y = \text{konst } p$, leží na parabole $M^2 = p(2y + p)$, jejímž ohniskem je baterie B a parametrem právě p .

*) Pojmy zde zmíněné budou vysvětleny v pokračování při výkladu o indirektní střelbě na létadla.

Paraboly tyto jsou strmé, právě když ekvidistantní kružnice protínají přímky stejného y nepřesně (pod malým úhlem). Na oleátě jest na př. takovou parabolou čerchovaná čára spojující body (M, y) , (46,45), (41,40), (36,35), (31,30)

Tato metoda určení doby k vychází tedy vlastně z bodu zásahu Z (pro nějž lze k snadno odečísti ze vzdušné tabulky) a nachází, vrácením se o délku $(b + k) \cdot c$ do bodu M , tento bod co bod měření. Metody této používalo za války „Techn. Militär Komitee“ ve Vídni.

Dobu k lze však stanoviti snáze a to bez vyhledávání a rýsování systémů kružnic G_k^M pro každou stanovenou výšku y , tedy mnohem rychleji. Vedle toho však, což zdá se mi hlavní předností, přímo pro libovolný, zvolený bod M měření létadla, nikoliv tedy již zpětným postupem od bodu zásahu ku



Obr. 11.

bodu měření. Počtáři jest tím umožněna vhodná, účelná volba měřené vzdálenosti M létadla, což dovoluje zase zmenšiti práci logaritmických výpočtů.

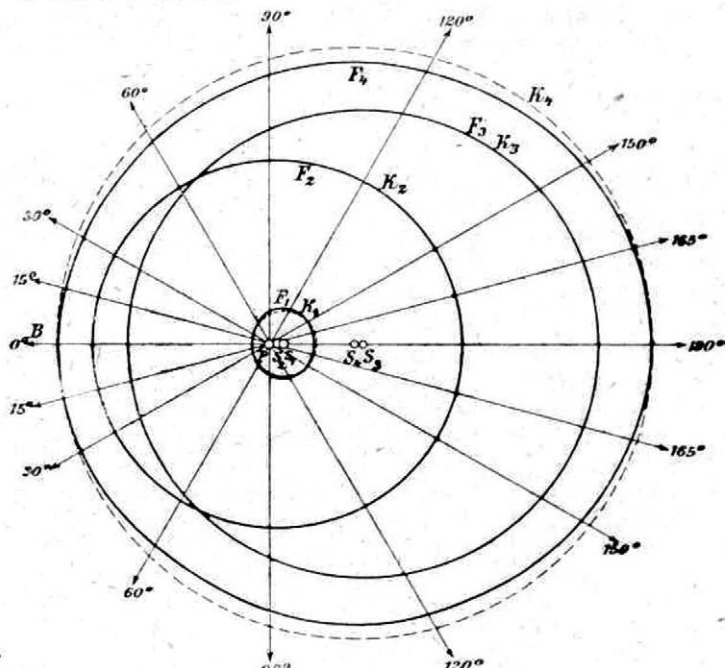
I práci rýsování lze značně zmenšiti. Stačí totiž pro zvolené hodnoty c, y, z_M, b , nalézt i rýsovat pouze křivky závislosti $S = \varphi_1(M)$; $v = \varphi_2(M)$; $\dot{c} = \varphi_3(M)$. Metoda dříve uvedená vedla ku grafikonům nadběhů v, s , použitelným pro libovolnou dobu zpoždění b . Této výhody nedává metoda, již dále uvedu. Výhody této lze však při obvyklé střelbě tabulkové vskutku snadno postrádati, nadto pak jest tento nedostatek její mnohonásobně vyvážen výše zmíněným zjednodušením práce.

V měřítku grafické vzdušné tabulky narýsujeme si obr. 10. na průsvitný papír soustředné kruhy o poloměrech $(b + k) \cdot c$, kdež dáno b, c , a volíme $k = 1, 2, 3, \dots$. Středem M_1 kruhů vedme paprsek hlavní $\overline{M_1 B_1}$ a paprsky, svírající s $\overline{M_1 B_1}$ úhly z_M a sice všechny hodnoty z_M , pro něž chceme provést výpočet tabulek.

Budtež dány měřené hodnoty M, y . Měřítkem cosinovým, nebo výpočtem stanovíme $M_1 = \sqrt{M^2 - y^2}$ a naneseeme úsečku tuto na paprsek $\overline{M_1 B_1}$ od bodu M_1 do bodu B_1 . Nyní přiložíme oleátu tuto na grafickou vzdušnou tabulku křivek stejných dob k tak, aby bod B_1 kryl se s bodem Q_2 (ve výši y nad B_2) a paprsek $\overline{B_1 M_1}$ kryl se s horizontální přímkou daného y . Pod bodem M_1 pak odečteme na grafické tabulce k_0 (v narýsovaném případě odečteme asi $k_0 = 26$ sek).

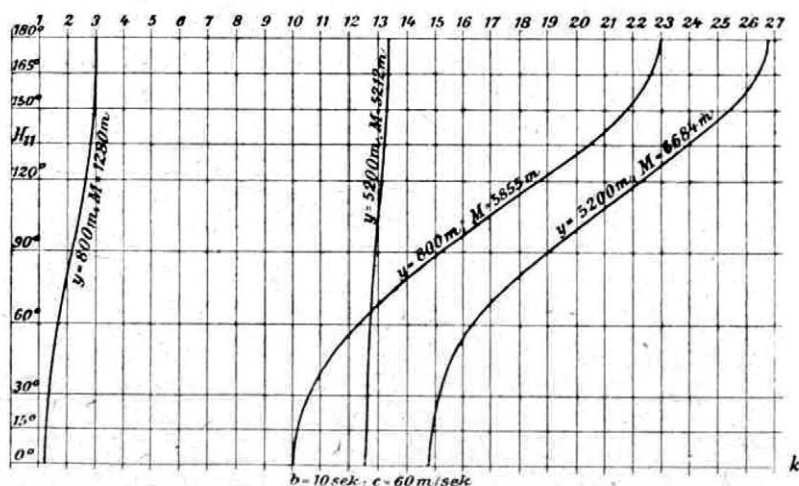
Najdeme nyní průsečík paprsku, určeného zvoleným z_M (v obraze čerchovaný paprsek) s kružnicí $k_0 = 26$ a otočíme oleátu kol bodu $B_1 = Q_2$ tak, až průsečík nalezený přijde na horizontálu daného y na grafické vzdušné tabulce. Pak pod ním znovu odečteme dobu k_1 (v obraze odečteno $k_1 = 17$ sek). Na paprsku daného z_M zase stanovíme průsečík paprsku s kružnicí $k_1 = 17$ a znovu otočíme oleátu kol $B_1 = Q_2$, až poslední průsečík přijde zase na horizontálu daného y a zase pod ním odečteme $k_3 = 18.2$ sek atd. Nalezené hodnoty k_0, k_1, k_2, k_3 , oscilují s velkým útlumem kol správné, hledané hodnoty k . Velikost útlumu jest patrna z ukázky čísel 26, 17, 18.2, blížících se k číslu hledanému $k = 18$ sek. Obecně již třetí pootočení nám dá dobu k přesně na desetinu sek. Pochod tento byl prováděn zde přesně, aby bylo ukázáno rychle blížení se ku hledané hodnotě k . Však přesné stanovení hodnot k_0, k_1 je zbytečné. Při užití lze hodnotě k vyjítí značně vstříc odhadem jejím, jež zvolíme co k_0 , pak zase odhadem k_1 a tím útlum ještě urychliti.

Tím způsobem stanovíme pro dané b, c, M, y , a pro všechna žádaná α_M hodnoty k_x . K tabulce povolů jest žádoucí stanovit k_x pro $\alpha_M = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 165^\circ, 180^\circ$. Poznámka: místo soustředných kružnic na oleátě zcela postačí jen půlkružnice po jedné straně hlavního (nulového) paprsku B_1, M_1 .



Obr. 12.

Průběh hodnot k_x s průběhem α_M pro 9 cm d/45 létadlové dělo, granát $b = 10$ sek, $c = 60$ m/sek, $M = \begin{cases} 1280 \text{ m} \\ 5855 \text{ m} \end{cases}$ resp. $\begin{cases} 5212 \text{ m} \\ 6684 \text{ m} \end{cases}$ $y = 800$ resp. 5200 ,

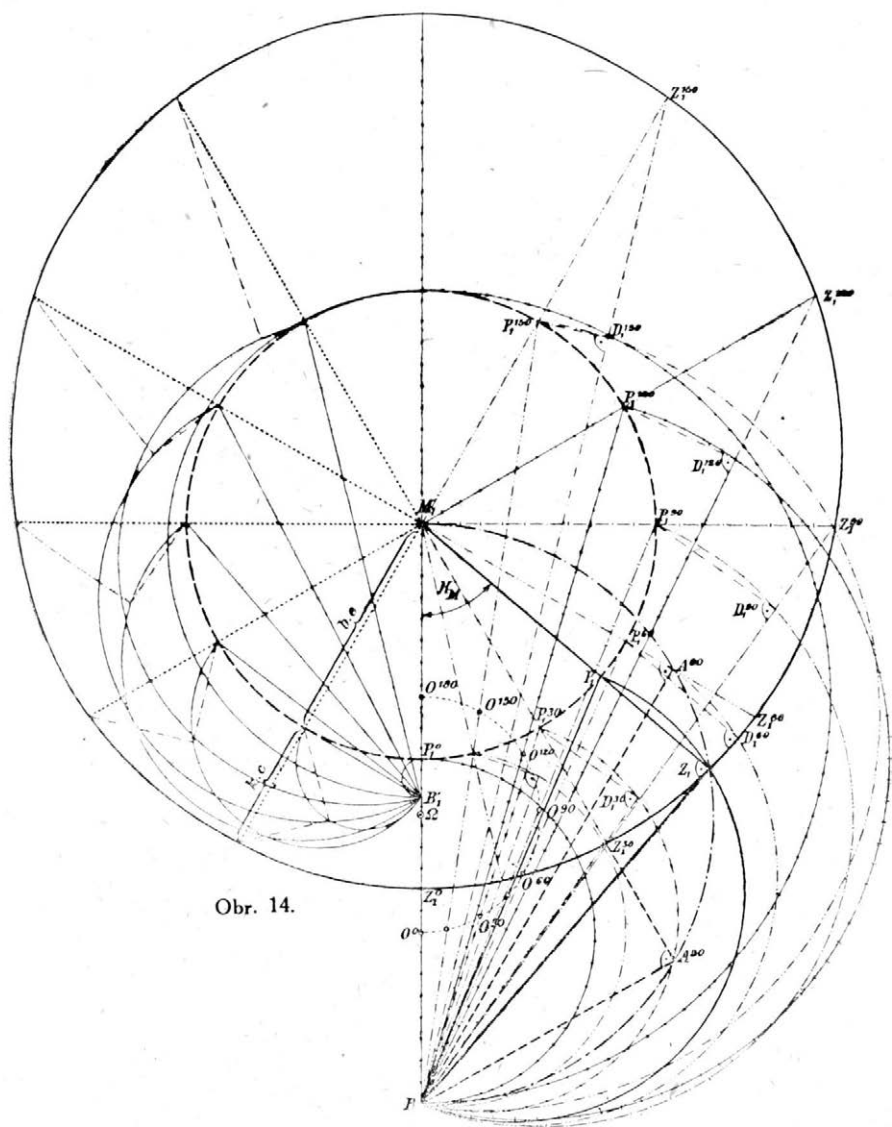


Obr. 13.

nám ukazuje vedlejší diagram (obr. 13.), v němž osa α_M jest souřadnicí úhlu

α_M , osa k_α souřadnicí doby k_α . Názorněji průběh $k_\alpha = F(\alpha_M)$ pro tentýž případ udávají vejitité křivky v obr. 12, kdež závislost $k_\alpha = F(\alpha_M)$ jest vyjádřena v souřadnicích polárních.

Při určitých vzdálenostech M stávají se křivkami neuzavřenými (konečnými), což značí, že v těchto vzdálenostech střela již nedohoní létadlo, vzdalující se z bodu měření, pod úhlem α_M , jenž jest větší než úhel α_M , příslušný konečným bodům křivky bodů zásahu. Narýsujeme si v polárních souřadnicích křivku $b + k = F(\alpha_M)$, dostaneme obraz geometrického místa bodů zásahu, příslušejících danému bodu měření (M, y), co pólu této křivky.



Obr. 14.

Křivky $k = F(\alpha_M)$ lze zde velmi přibližně považovati za kružnice, jak ukazuje na obraze 12. srovnání křivek F_1, F_2, F_3, F_4 s čárkovanými kružnicemi

K_1, K_2, K_3, K_4 . Jest patrné, že křivka F_0 se takřka úplně kryje s kružnicí K_2 , podobně F_3 s K_3 . Středem kružnice K jest bod S_p , vzdálený od pólu P křivek F o úsečku $\frac{k_{180} - k_0}{2}$; poloměr kružnice K_p jest $\frac{k_{180} + k_0}{2}$.

Pro 8 cm vz. 7 (7/12) kulomet a pro $b = 0$ sek, křivky F již nemají kruhového tvaru, jsou značně více elipčité, což poučuje, že nebylo vhodné zvoliti pro kulometry létadlové za mušku „vodorovný kruh“, jak bylo za války pokládáno za správné, nýbrž vhodný jest určitý střední tvar křivky F . Však i když by byl zvolen kruh, jehož krajem se míří na létadlo, není správné hledati bod zásahu na přímce jdoucí středem tohoto kruhu (jak plyne z rozdílu bodů P, S_p ; $\overline{PS_p} = \frac{k_{180} - k_0}{2}$).

Poznámka: Létadlové kulometry užívaly v měřicím ústrojí mušek těchto typů: a) kruhovou mušku, t. j. dva pevné soustředné kruhy, jichž rovina jest stále kolmá k ose hlavně kulometu; b) vodorovný kruh, t. j. mušku ve tvaru kruhu, jenž při jakémkoliv elevaci kulometu zůstává stále horizontálním.

VII. Posouzení znaménka nadběhu výskového u zaměřovačů, jichž nadběh výskový leží stále v rovině nástřelné.

Obrázek jest prvním průmětem, t. j. průmětem na úroveň hlavně děla. Geometrickým místem všech bodů výstřelu P , v něž doletí létadlo z bodu měření M za dobu zpoždění b , jest kružnice $P^0 P^{30} P^{60}$. Geometrickým místem bodů zásahu Z jest křivka $Z^0 Z^{30} Z^{60}$.

Celkový nadběh $\nless PBZ$ rozkládáme v nadběh výskový $\nless ZBD$ a v nadběh stranový $\nless DBP$, jichž roviny jsou k sobě kolmy. Přímký $\overline{PD}$, $\overline{ZD}$ jsou průsečnice těchto dvou rovin s horizontální rovinou, v níž letí cíl. Tato rovina horizontální jest však též kolmá k rovině výstřelu, jež jest vertikální.

Přímka $\overline{PD}$ jest tudíž průsečnicí dvou rovin, jež obě jsou kolmy na rovinu nadběhu výskového. Jest proto přímka tato kolmá na rovině nadběhu výskového a kolmá tedy ku všem přímkám v jeho rovině, tudíž i ku přímce $\overline{DZ}$.

Jest tedy $\nless ZDP$ úhlem pravým, $\triangle ZDP$ jest pravoúhlý. V prvním průmětu jest průmětem roviny nadběhu výskového přímka $\overline{B_1 Z_1}$ a tudíž jest $\triangle B_1 D_1 P$ pravoúhlý. Geometrickým místem vrcholů pravých úhlů nad přeponou $\overline{B_1 P_1}$ jest kružnice. Body D_1^{30}, D_1^{60} atd. najdeme tudíž takto:

Nad úsečkami $\overline{B_1 P_1}$ co průměry sestrojíme kružnice, a průsečík kružnice s příslušnou přímkou $\overline{B_1 Z_1}$ jest hledaným bodem D_1 . Geometrickým místem středů $O^0, O^{30}, \dots$ těchto kružnic jest zase kružnice $O^{30} O^{60} O^{90} \dots$, jejíž střed jest bod Ω .

Z obrázku pak vidíme:

Nadběh výskový jest kladný, leží-li vrchol Z_1 trojúhelníka $B_1 P_1 Z_1$ uvnitř kružnice, sestrojené nad průměrem $\overline{B_1 P_1}$. Leží-li vrchol Z_1 na této kružnici, jest nadběh výskový rovný 0, leží-li vně této kružnice, jest nadběh výskový záporný.

První kritérium znaménka nadběhu výskového dá nám tudíž případ, kdy vrchol Z_1 leží na příslušné kružnici $B_1 Z_1 P_1$ o průměru $\overline{B_1 P_1}$. V tomto případě stotožní se přímký $\overline{P_1 D_1}, \overline{P_1 Z_1}$, bude $Z_1 \equiv D_1$, tudíž bude $\triangle B_1 P_1 Z_1$ pravoúhlý, čili též $\triangle B_1 M_1 Z_1$ bude pravoúhlý.

Hledáme-li směr letu z_M , pro nějž jest nadběh $v = 0$, dostaneme jej následovně: nad úsečkou $\overline{B_1 M_1}$ co průměrem sestrojíme kružnici, jejíž průsečík s křivkou $Z_1^0 Z_1^{30} Z_1^{60} \dots$ dá nám bod Z_1 . Spojnice $\overline{M_1 Z_1}$ resp. $\nless B_1 M_1 Z_1$ dá nám hledaný směr letu z_M . Geometrické toto řešení jest druhým kritériem.

Kriterion prvé lze vyjádřiti algebraicky následovně:

Nádběh výškový $v \geq 0$, když jest

$$x^2 = M^2 \cdot \cos^2 \tau_M \geq Z^2 \cdot \cos^2 \tau_Z + (b+k)^2 \cdot c^2.$$

Při použití počítacích archů vyžaduje kriterion toto uvažování výrazů, jež v arších nejsou, resp. jež by bylo nutno z archů teprve stanoviti, což je nepohodlné. Kriterion druhé by žádalo rýsování křivky $Z^0 Z_1^{30} Z_1^{60} \dots$. Proto k použití jest vhodnější kriterion plynoucí z další úvahy, jež tu následuje.

Prodloužíme (je-li nutno) úsečku $\overline{M_1 Z_1}$ za bod Z_1 , až v bodě A protne kružnici, sestrojenou nad průměrem $\overline{B_1 M_1}$.

Jest pak $\overline{M_1 A} = M_1 B_1 \cdot \cos \tau_M$ (v obraze rýsováno pro $\tau_M = 30^\circ$).

Vidíme pak, že platí:

$$v \geq 0$$

$$\text{když jest } \overline{M_1 A} \geq \overline{M_1 Z_1},$$

$$\text{čili } \overline{M_1 B_1} \cdot \cos \tau_M \geq (b+k) \cdot c, \text{ čili, píšeme-li } \overline{M_1 B_1} = x,$$

$$\text{jest } x \cdot \cos \tau_M \geq (b+k) \cdot c.$$

Poněvadž jest $x = M \cdot \cos \tau_M$, platí

$$M \cdot \cos \tau_M \cdot \cos \tau_M \geq (b+k) \cdot c,$$

$$\text{čili } M \cdot \cos^2 \tau_M \geq (b+k) \cdot c,$$

$$2 \cdot c \cdot M \cdot \cos^2 \tau_M \geq \frac{(b+k)^2 \cdot c^2}{b+k} \cdot 2,$$

$$\text{čili } \lg 2 c M \cos^2 \tau_M \geq \lg (b+k)^2 \cdot c^2 + \lg 2 - \lg (b+k),$$

$$\text{čili } \lg 2 c M \cos^2 \tau_M + \lg (b+k) \geq \lg (b+k)^2 \cdot c^2 + \lg 2,$$

$$\text{čili } \lg 2 c (b+k) M \cdot \cos^2 \tau_M \geq \lg (b+k)^2 \cdot c^2 + \lg 2.$$

V počítacích arších jsou vypočteny všechny tři logarithmy, kterých kriterion toto vyžaduje.

Nebo z předešlé rovnice plyne:

$$2 c (b+k) M \cdot \cos^2 \tau_M \geq (b+k)^2 \cdot c^2 \cdot 2.$$

V arších jest vypočten celý výraz, jenž jest zde na levé straně nerovnosti, rovněž jest tam vypočteno $(b+k)^2 \cdot c^2$, jež jest ještě jen násobiti dvěma.

Z úvahy této též plyne:

Nádběh výškový může nabýti hodnot kladných jen v tom případě, když kružnice $B_1 Z_1 M_1$ protíná křivku bodů zásahu, čili když bod B_1 leží mimo plochu, uzavřenou touto křivkou. Leží-li uvnitř — ku příkl. v bodě B'_1 — jsou pro všechny libovolné směry letu τ_M nádběhy výškové vždy záporné. Nádběh výškový jest vždy záporný, když jest $Z > P$.

Budoucně dále.